EUROPEAN CO-OPERATION FOR ACCREDITATION
ЕВРОПЕЙСКОЕ СОТРУДНИЧЕСТВО В ОБЛАСТИ АККРЕДИТАЦИИ
AKKREDITATSIYA BO'YICHA EVROPA HAMKORLIGI

Ссылка на публикацию

EA-4/02 M:2013

Выражение неопределенности измерений при калибровке

Kalibrlash paytida o‘lchashlar noaniqligini ifodalash

Evaluation of the uncertainty of measurement in calibration

НАЗНАЧЕНИЕ

Назначение настоящего документа заключается в согласовании оценки неопределенности измерений в рамках EA, для установления, в дополнение к общим требованиям EA, конкретных требований по представлению неопределенности измерений в сертификатах по калибровке, выданных аккредитованными лабораториями, и для оказания помощи органам по аккредитации при согласованном присвоении калибровочных и измерительных возможностей калибровочным лабораториям, аккредитованным ими. Поскольку правила, установленные в настоящем документе, находятся в соответствии и с политикой ILAC для неопределенности в калибровке и с рекомендациями Руководства по выражению неопределенности измерений, внедрение EA-4/02 будет также способствовать глобальному признанию европейских результатов измерения.

Авторство
Настоящий документ разработан Лабораторным Комитетом EA.

Официальный язык
Текст может быть, при необходимости, переведен на другие языки. Версия на английском языке остается окончательной версией.

Авторское право
Авторское право EA-4/02 ***** принадлежит EA. Текст не может быть скопирован для перепродажи.

Дальнейшая информация
Для дальнейшей информации об этой публикации, свяжитесь со своим Национальным членом EA. Вы найдете список участников на вебсайте: www.european-accreditation.org

Категория: Прикладные документы и Технические справочные документы для органов оценки соответствия

EA-4/02 - обязательный документ

Дата утверждения: 18 октября 2013

Дата введения: Немедленно

Переходной период: отсутствует

Перевод с английского
осуществлен ГП «ЦОМУ»
под редакцией доцента Садыкова А. Б.
2016 г.

© ГП «ЦОМУ» Агентства «Узстандарт»

***** Имеется в виду оригинальная версия EA-4/02:2013 на английском языке, представленная в открытом доступе на официальном вебсайте EA (www.european-accreditation.org) (примечание переводчика)

СОДЕРЖАНИЕ

1 ВВЕДЕНИЕ…… 4

2 ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ…… 4

3 ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ВХОДНЫХ ОЦЕНОК……. 6

4 РАСЧЕТ СТАНДАРТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ВЫХОДНОЙ ОЦЕНКИ … 8

5 РАСШИРЕННАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ……..……... 11

6 ПОШАГОВАЯ ПРОЦЕДУРА РАСЧЕТА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ …….. 12

6-1 *ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В СЕРТИФИКАТАХ КАЛИБРОВКИ*……..…….. 13

7 НОРМАТИВНЫЕ СЫЛКИ……..…… 14

ПРИЛОЖЕНИЕ A…….... 15

ПРИЛОЖЕНИЕ B…….... 18

ПРИЛОЖЕНИЕ C……... 20

ПРИЛОЖЕНИЕ D…….. 21

ПРИЛОЖЕНИЕ E……... 24

ДОПОЛНЕНИЕ 1…… 26

ДОПОЛНЕНИЕ 2…… 49

1 *ВВЕДЕНИЕ*

1.1 Настоящий документ устанавливает принципы и требования по оценке неопределенности измерений при калибровке и изложении этой неопределенности в сертификатах калибровки, основанные на политике ILAC для неопределенности при калибровке, как установлено в ILAC P14 [см. 5]. И ILAC-P14, и EA-4/02 обязательны для органов по аккредитации, являющихся участниками EA. Формулировка сохранена на общем уровне, чтобы соответствовать всем областям калибровки. Изложенный в общих чертах метод, вероятно, придется дополнить более конкретными рекомендациями для различных сфер, чтобы сделать информацию более легко применимой. В развитии таких дополнительных руководящих принципов необходимо придерживаться общих принципов, изложенных в настоящем документе, для обеспечения гармонизации между различными областями.

1.2 Настоящий документ разработан в соответствии с JCGM 100: 2008, «Оценка данных измерений - Руководство по выражению неопределенности измерений» (GUM 1995 с небольшими изменениями). Этот документ был разработан Объединенным комитетом по Руководствам в метрологии, в котором участвуют BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP и OIML [см. 1]. Но, в то время как [1] устанавливает общие правила для оценки и выражения неопределенности в измерении, которым могут затем придерживаться в большинстве областей физических измерений, настоящий документ сосредоточен на методе, наиболее подходящем для измерений в калибровочных лабораторий и описывает однозначный и согласованный способ оценки и представления неопределенность измерения. Тем не менее, другие подходы, предложенные GUM (как, например, метод Монте-Карло), являются приемлемыми. Документ включает в себя следующие темы:

- основные определения для документу;
- методы оценки неопределенности измерений входных величин;
- взаимосвязь между неопределенностью измерений выходной величины и оценки неопределенности входной величины;
- расширенная неопределенности измерений выходной величины;
- запись неопределенности измерений;
- пошаговые процедуры для расчета неопределенности измерений.

Оценка неопределенности калибровки также рассматривается в ряде руководящих принципов калибровки Euramet, доступных на www.euromet.org

2 *ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ*

Примечание: Термины особой значимости в контексте основного текста выделены полужирным шрифтом, когда они появляются в первый раз в настоящем документе. Приложение B содержит глоссарий этих терминов вместе со ссылками

2.1 Изложение результата измерения является полным, только если оно содержит как значение, приписываемое измеряемой величине, так и неопределенности измерений, связанные с этим значением. В настоящем документе все величины, которые не совсем известные рассматриваются как **случайные величины**, в том числе влияющие величины, которые могут повлиять на измеренное значение.

2.2 Неопределенность измерения является неотрицательным параметром, связанным с результатом измерения, который характеризует разброс значений, которые могли бы быть обоснованно приписаны измеряемой величине [см. 4]. В настоящем документе краткий термин «неопределенность» используется для неопределенности измерений, если нет риска непонимания. Для типичных источников неопределенности измерений смотри список, приведенный в Приложении C.

2.3 **Измеряемые величины** – некоторые величины, которые необходимо измерить (получаемые в результате измерений). При калибровках обычно имеют дело только с одной измеряемой величиной, или **выходной величиной** Y, которая зависит от целого ряда **входных величин** Xi (i = 1, 2 , … , N) соответственно некоторой функции

$$Y = f(X_1, X_2, \ldots, X_N). \qquad (2.1)$$

Модельная функция f представляет собой процедуру измерения и метод оценки. Она описывает, каким образом значения выходной величины Y получаются из значений входных величин X_i. В большинстве случаев она выглядит как аналитическое выражение, но также это может быть группа таких выражений, включающая в себя поправки и поправочные коэффициенты для систематических эффектов, в результате чего такое более сложное выражение не может быть точно записано в виде одной функции. Далее, функция f может быть определена экспериментально, либо существовать только в виде компьютерного алгоритма, который необходимо решать численно, либо быть комбинацией этих методов.

2.4 Набор входных величин X_i может быть сгруппирован в две категории соответственно способам, которыми определялось значение величины и связанной с ней неопределенности.

a) величины, оценка и связанная неопределенность которых напрямую определяются при текущем измерении. Эти значения могут быть получены, например, из единичного наблюдения, повторных наблюдений или из суждений, основанных на опыте. Они могут включать определение поправок к показаниям приборов, а также поправки для влияющих величин, таких, как окружающая температура, барометрическое давление или влажность;

b) величины, оценка и связанная неопределенность которых внесены в измерение из внешних источников, например, величины, связанные с калиброванными эталонами ***** измерений, сертифицированными стандартными образцами или базовые данные, полученные из справочников.

2.5 Оценка измеряемой величины Y, т.е. **выходная оценка**, обозначенная как y, определяется из уравнения (2.1) с использованием **входных оценок** x_i для значений входных величин X_i

$$y = f(x_1, x_2, \ldots x_N) \qquad (2.2)$$

При этом подразумевается, что входные значения представляют собой наилучшие оценки, которые были скорректированы с учетом всех эффектов, значимых для данной модели. В противном случае необходимые поправки вносятся в виде отдельных входных величин.

2.6 Чтобы характеризовать величину разброса значений случайных величин, используется **дисперсия** ее распределения либо положительное значение квадратного корня из дисперсии, называемое **стандартным** (или **среднеквадратичным**) **отклонением**. **Стандартная неопределенность измерения**, связанная с выходной оценкой результата измерений y, и обозначаемая $u(y)$, представляет собой стандартное отклонение измеряемой величины Y. Ее необходимо определять из оценок x_i входных величин X_i и связанных с ними стандартных неопределенностей $u(x_i)$. Стандартная неопределенность, связанная с оценкой, имеет ту же размерность, что и сама оценка. В некоторых случаях удобнее использовать **относительную стандартную неопределенность измерения**, которая представляет собой стандартную неопределенность измерения, связанную с оценкой, деленную на модуль значения оценки и, следовательно, величина безразмерная. Этот подход не может быть использован, если значение оценки равно нулю.

***** Под применяемыми в настоящем документе терминами «эталон», «рабочий эталон», «исходный эталон» здесь и далее по тексту следует понимать эталоны и образцовые средства измерений по ГОСТ 8.057:2007 и ГОСТ 8.061:2007, характеристики точности которых соответствуют рассматриваемой задаче (примечание переводчика).

3 *ОЦЕНКА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ВХОДНЫХ ОЦЕНОК*

3.1 Общие положения

3.1.1 Неопределенность измерений, связанная с входными оценками, определяется в соответствии с одним из двух методов оценки: «тип А» или «тип В». **Оценка стандартной неопределенности типа А** представляет собой метод оценки неопределенности путем статистического анализа набора наблюдений. В этом случае стандартная неопределенность находится как экспериментальное стандартное отклонение от среднего значения, определяемого с помощью процедуры усреднения или подходящего регрессивного анализа. **Оценка стандартной неопределенности типа В** является методом оценки неопределенности способами, не связанными со статистическим анализом серии наблюдений. В этом случае оценка стандартной неопределенности основана на неких других научных предположениях.

Примечание: Существуют случаи, изредка встречающиеся при калибровке, когда все возможные значения величины лежат по одну сторону некоторого предельного значения. Хорошо известен случай так называемой косинусной ошибки. Как быть в таких случаях, описано в [1].

3.2 Оценка стандартной неопределенности типа А

3.2.1 Оценка стандартной неопределенности типа А применяется в случае, когда для одной из входных величин было сделано несколько независимых наблюдений при одних и тех же условиях измерений. При достаточном разрешении измерительного процесса появится некоторый наблюдаемый разброс или расхождение полученных величин.

3.2.2 Обозначим измеренную несколько раз входную величину X_i величиной Q. При n статистически независимых наблюдениях ($n > 1$), оценка величины Q будет $\bar{q}$, **среднее арифметическое**, или просто **среднее**, из нескольких индивидуально наблюдаемых значений q_j ($j = 1, 2, \ldots, n$)

$$\bar{q} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} q_j \qquad (3.1)$$

Неопределенность измерения, связанная с оценкой $\bar{q}$ вычисляется согласно одному из следующих методов:

(a) Оценка рассеяния основного распределения вероятностей представляет собой **выборочную дисперсию** $s^2(q)$ величин q_j и определяется формулой

$$s^2(q) = \frac{1}{n-1}\sum_{j=1}^{n}(q_j - \bar{q})^2 \qquad (3.2)$$

*Е*е (положительный) квадратный корень называется **выборочным стандартным отклонением**. Наилучшая оценка дисперсии среднего арифметического $\bar{q}$ выражается **выборочной дисперсией среднего** и определяется формулой

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s^2(q)}{n} \qquad (3.3)$$

*E*е (положительный) квадратный корень называется **выборочным стандартным отклонением от среднего**. Стандартная неопределенность $u(\bar{q})$, связанная с входной оценкой $\bar{q}$ является выборочным стандартным отклонением от среднего

$$u(\bar{q}) = s(\bar{q}) \tag{3.4}$$

Внимание: В общем случае, когда количество n повторных измерений мало ($n < 10$), необходимо рассмотреть достоверность определения стандартной неопределенности типа А, т.е. выражения (3.4). Если невозможно увеличить количество измерений, то следует рассмотреть другие способы оценки стандартной неопределенности, которые описаны в данном тексте.

(b) Для хорошо описанного и статистически контролируемого измерения может быть известна комбинированная, или **суммарная оценка дисперсии** S_p^2, которая описывает разброс лучше, чем оценочное стандартное отклонение, полученное из ограниченного набора наблюдений. Если в этом случае значение входной величины Q определяется как среднее арифметическое $\bar{q}$ небольшого количества n независимых наблюдений, дисперсия среднего может быть оценена как

$$s^2(\bar{q}) = \frac{s_p^2}{n} . \tag{3.5}$$

Стандартная неопределенность находится из этой величины по уравнению (3.4).

3.3 Оценка стандартной неопределенности типа В

3.3.1 Оценка стандартной неопределенности типа В представляет собой вычисление неопределенности, связанной с оценкой x_i входной величины X_i способами, отличными от статистического анализа серии наблюдений. Стандартная неопределенность $u(x_i)$ определяется путем научных суждений, основанных на всей имеющейся информации о возможном непостоянстве величины X_i. Значения, относящиеся к этой категории, могут быть получены из,

- данных предыдущих измерений;
- опыт или общие сведения о поведении и свойствах соответствующих материалов и приборов;
- спецификации производителя;
- данные сертификатов калибровки и прочих сертификатов;
- неопределенности, приписанные данным, взятым из справочников.

3.3.2 Правильное использование доступной информации при оценке стандартной неопределенности измерений по типу В требует интуиции, основанной на опыте и общих сведениях. Это умение, которому учатся на практике. Правильно и хорошо основанная оценка стандартной неопределенности по типу В может быть настолько же достоверной, как и по типу А, особенно в случаях измерений, когда оценка по типу А основана лишь на относительно небольшом количестве статистически независимых наблюдений. Следует различать следующие случаи:

(a) Когда для величины X_i известно **единственное значение**, т.е. только одно измеренное значение, результирующее значение предыдущего измерения, справочное значение из литературы или значение поправки, для x_i будет использовано это значение. Следует принимать стандартную неопределенность $u(x_i)$, связанную с x_i, если она приведена. В противном случае она должна рассчитываться из неоспоримых данных неопределенности. Если данные этого типа недоступны, неопределенность следует оценивать на основании опыта.

(b) Когда для величины X_i может быть принято **вероятностное распределение**, основанное на теории или опыте, то соответствующее ожидание или ожидаемое значение и квадратный корень дисперсии этого распределения должны быть приняты в качестве оценки x_i и связанной стандартной неопределенностью $u(x_i)$, соответственно.

(c) Если для значения величины X_i можно оценить только **верхний** и **нижний пределы** a_+ и a_- (например, спецификации производителя средства измерений, температурный диапазон, ошибка округления или отбрасывания в результате численной обработки данных), то для возможного разброса значений входной величины X_i следует принимать вероятностное распределение с постоянной вероятностной плотностью между этими пределами (прямоугольное вероятностное распределение). В соответствии со случаем (b) выше это приводит к

$$x_i = \frac{1}{2}(a_+ + a_-) \tag{3.6}$$

для оценочного значения, и

$$u^2(x_i) = \frac{1}{12}(a_+ - a_-)^2 \tag{3.7}$$

для квадрата стандартной неопределенности. Если разность между граничными значениями обозначить за $2a$, то уравнение (3.7) приводит к

$$u^2(x_i) = \frac{1}{3}a^2 \tag{3.8}$$

Прямоугольное распределение является в вероятностном смысле более обоснованным описанием при недостаточных знаниях о входной величине X_i и при отсутствии любой другой информации, чем просто пределы разброса значений. Однако, если известно, что значения рассматриваемой величины вблизи центра интервала разброса показаний более вероятны, чем вблизи краев интервала, то более приемлемой моделью будет треугольное или нормальное распределение. С другой стороны, если значения вблизи пределов более вероятны, чем значения вблизи центра, то более подходящим будет U-образное распределение. Для оценки неопределенности в этих случаях см. [1].

4 *РАСЧЕТ СТАНДАРТНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ВЫХОДНОЙ ОЦЕНКИ*

4.1 Для некоррелированных входных величин квадрат стандартной неопределенности, связанной с выходной оценкой y дается формулой

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{n} u_i^2(y) \tag{4.1}$$

Примечание: Существуют случаи, редко встречающиеся при калибровке, когда модель функция строго нелинейная, или же некоторые коэффициенты чувствительности [см. уравнения (4.2) и (4.3)] обращаются в нуль, и в уравнение (4.1) необходимо включать члены более высоких порядков. Обработку таких особых случаев, см. [1].

Величина $u_i(y)$ (i = 1, 2, …, N) является вкладом в стандартную неопределенность, связанную с выходной оценкой y и является результатом стандартной неопределенности, связанной с входной оценкой x_i

$$u_i(y) = c_i \cdot u(x_i) \tag{4.2}$$

где c_i называется **коэффициентом чувствительности**, связанным с входной оценкой x_i, т.е. является частной производной модельной функции f по X_i, вычисленной при значениях входных оценок x_i,

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i}\bigg|_{X_1 = x_1 \ldots X_N = x_N} \tag{4.3}$$

4.2 Коэффициент чувствительности c_i описывает то, в какой степени изменения входной оценки x_i влияют на выходную оценку y. Он может быть определен из модельной функции f с помощью уравнения (4.3) или с использованием численных методов, т.е. путем вычисления изменений выходной оценки y по изменениям входной оценки x_i: $+u(x_i)$ и $-u(x_i)$ и вычислением c_i как результата разности в y, деленной на $2u(x_i)$. Иногда более разумно находить изменения в выходной оценке y из эксперимента, повторяя измерения, например, при $x_i \pm u(x_i)$.

4.3 Тогда как $u(x_i)$ всегда положительна, вклад $u_i(y)$ в соответствии с уравнением (4.2) может быть как положительным, так и отрицательным, в зависимости от знака коэффициента чувствительности c_i. Знак $u_i(y)$ необходимо принимать во внимание в случае коррелированных входных величин, см. уравнение (D4) Приложения D.

4.4 Если модельная функция f представляет собой сумму входных величин X_i

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_N) = \sum_{i=1}^{N} p_i X_i \tag{4.4}$$

то выходная оценка в соответствии с уравнением (2.2) выражается соответствующей суммой входных оценок

$$y = \sum_{i=1}^{N} p_i \, x_i \tag{4.5}$$

при этом коэффициенты чувствительности равняются p_i и уравнение (4.1) переходит в

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 \, u^2(x_i) \tag{4.6}$$

Если модельная функция f представляет собой произведение входных величин X_i

$$f(X_1, X_2, \ldots, X_N) = c \prod_{i=1}^{N} X_i^{p_i} \tag{4.7}$$

то выходная оценка, аналогично, становится соответствующим произведением входных оценок

$$y = c \prod_{i=1}^{N} x_i^{p_i} \tag{4.8}$$

Коэффициенты чувствительности равны в этом случае $p_i y/x_i$, а из уравнения (4.1) получаем выражение, аналогичное (4.6); с использованием относительных стандартных неопределенностей $w(y) = u(y)/|y|$ и $w(x_i) = u(x_i)/|x_i|$,

$$w^2(y) = \sum_{i=1}^{N} p_i^2 \, w^2(x_i) \qquad (4.9)$$

4.6 Если имеется **корреляция** между двумя величинами X_i и X_k, т.е. если они так или иначе взаимозависимы, то при учете вкладов в неопределенность необходимо также принимать во внимание их **ковариацию** (**смешанный момент второго порядка)**. О том, как в этом случае следует поступать, см. Приложение D. Способность принимать во внимание эффекты корреляции зависит от знания процесса измерений и предположений о взаимной зависимости входных величин. В целом, следует помнить, что пренебрежение корреляцией между входными величинами может привести к неправильной оценке стандартной неопределенности измеряемой величины.

4.7 Смешанный момент второго порядка, связанный с оценками двух входных величин X_i и X_k может быть принят равным нулю или считаться незначительным в случае, если

(a) входные величины X_i и X_k независимы, например, из-за того, что они были получены друг за другом, но не одновременно, в разных независимых опытах, или из-за того, что они представляют результирующие величины разных вычислений, сделанных независимо, или если

(b) любая из входных величин X_i и X_k может считаться постоянной, или если

(c) исследования не дают информации о присутствии корреляции между входными величинами X_i и X_k.

Иногда от корреляции можно избавиться, выбрав подходящую модельную функцию.

4.8 Оценка неопределенности измерений – иногда называемая балансом неопределенности измерений – должна включать список всех источников неопределенности вместе со связанными стандартными неопределенности измерений и методами их определения. Для повторных измерений также необходимо установить количество наблюдений n. С целью большей ясности, рекомендуется представлять данные, относящиеся к текущему анализу, в форме таблицы. В этой таблице все величины должны быть помечены физическим символом X_i или коротким обозначением. Для каждого из них необходимо указать, по крайней мере, оценку x_i, связанную стандартную неопределенность измерений $u(x_i)$, коэффициент чувствительности c_i и различные вклады в неопределенность $u_i(y)$. Вместе с числовыми значениями в таблице также следует указывать размерность указанных величин.

4.9 Формальный пример такого подхода показан в Таблице 4.1 и годится для случая некоррелированных входных величин. Стандартная неопределенность, связанная с результатом измерения, $u(y)$, и приведенная в нижнем правом углу таблицы, представляет собой корень из суммы квадратов всех вкладов крайней правой колонки. Серые ячейки таблицы не заполняются.

Таблица 4.1: Схема упорядоченного расположения величин, оценок, стандартных неопределенностей, коэффициентов чувствительности и вкладов в неопределенность, используемых при оценке неопределенности измерений.

Величина X_i	Оценка x_i	Стандартная неопределен-ность $u(x_i)$	Вероятностное распределение	Коэффициент чувствитель-ности c_i	Вклад в стандартную неопределенность $u_i(y)$
X_1	x_1	$u(x_1)$		c_1	$U_1(y)$
X_2	x_2	$u(x_2)$		c_2	$U_2(y)$
…	…	…	…	…	…
X_N	x_N	$u(x_N)$		c_N	$u_N(y)$
Y	y				$U(y)$

5 *РАСШИРЕННАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ИЗМЕРЕНИЙ*

5.1 В рамках EA было решено, что калибровочные лаборатории, аккредитованные членами EA должны указывать **расширенную неопределенность измерений** U, полученную из стандартной неопределенности $u(y)$ выходной оценки y умножением на **коэффициент охвата** k,

$$U = k \cdot u(y) \tag{5.1}$$

В случаях, когда измеряемой величине можно сопоставить нормальное (гауссовское) распределение, и стандартная неопределенность, связанная с выходной оценкой, имеет достаточную состоятельность, используется стандартный коэффициент охвата k = 2. Определенная таким образом расширенная неопределенность соответствует **вероятности охвата** приблизительно 95%. Эти условия выполняются в большинстве случаев, встречающихся при калибровке.

5.2 Гипотеза о нормальном распределении не может быть с легкостью подтверждена экспериментально. Однако, в случаях, когда несколько (т.е. $N \geq 3$) составляющих неопределенности, полученных из достаточно «правильного» вероятностного распределения независимых величин, например, нормальных или прямоугольных распределений, вносят сравнимый друг с другом вклад в стандартную неопределенность, связанную с выходной оценкой, выполняются условия центральной предельной теоремы, и с большой степенью приближения можно предположить, что распределение выходной величины является нормальным.

5.3 Состоятельность стандартной неопределенности, приписанной выходной оценке, определяется ее эффективными степенями свободы (см. Приложение E). Однако, критерий состоятельности выполняется всегда, если все вклады в неопределенность получены вычислениями по типу A, основанными не менее, чем на десяти повторных наблюдениях.

5.4 Если одно из этих условий (нормальность или достаточная состоятельность) не выполняется, то стандартный коэффициент охвата k = 2 может привести к расширенной неопределенности с вероятностью охвата менее 95 %. В таких случаях для обеспечения того, что значение расширенной неопределенности приведено соответственно той же вероятности охвата, что и в нормальном случае, необходимо руководствоваться другими процедурами. Использование примерно равной вероятности охвата существенно, когда требуется сравнить два результата одной и той же величины, например, при обработке результатов межлабораторных сравнений или при оценке соответствия спецификации.

5.5 Даже если предполагается нормальное распределение, все еще может произойти тот факт, что стандартная неопределенность, связанная с выходной оценкой, имеет недостаточную состоятельность. Если в этом случае нецелесообразно увеличивать количество n повторных измерений или использовать вычисления типа B вместо вычислений типа A с плохой состоятельностью, следует использовать метод, описанный в Приложении E.

5.6 В остальных случаях, т.е. во всех случаях, когда предположение о нормальном распределении не может быть подтверждено, для определения значения коэффициента охвата k, соответствующего вероятности охвата примерно 95 %, необходимо использовать информацию о действительном распределении выходной оценки.

6 *ПОШАГОВАЯ ПРОЦЕДУРА РАСЧЕТА НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ*

6.1 Ниже приведено руководство по применению настоящего документа на практике (сравните рабочие примеры в дополнении)

(a) Выразите математически зависимость измеряемой величины (выходной величины) Y от входных величин X_i в соответствии с уравнением (2.1). В случае прямого сравнения двух эталонов уравнение может быть очень простым, например, $Y = X_1+X_2$.

(b) Выявите и примените все необходимые поправки.

(c) Составьте список всех источников неопределенности в форме анализа неопределенности, как указано в Разделе 4.

(d) Вычислите стандартную неопределенность $u(\overline{q})$ для повторно измеренных величин, как указано в подразделе 3.2.

(e) Для единичных значений, например, результатов предыдущих измерений, поправочных значений или значений из литературы, используйте стандартную неопределенность, если она дана или если она может быть вычислена в соответствии с параграфом 3.3.2 (a). Обратите внимание на использованный способ представления неопределенности. Если отсутствуют данные, из которых можно получить стандартную неопределенность, установите $u(x_i)$ на основании научного опыта.

(f) Для входных величин, для которых известно или может быть установлено вероятностное распределение, вычислите математическое ожидание и стандартную неопределенность $u(x_i)$ в соответствии с параграфом 3.3.2 (b). Если даны или могут быть оценены только верхний и нижний пределы, вычислите стандартную неопределенность $u(x_i)$ в соответствии с параграфом 3.3.2 (c).

(g) Для каждой входной величины X_i вычислите вклад $u_i(y)$ в неопределенность, связанную с выходной оценкой, получаемой из входной оценки x_i в соответствии с уравнениями (4.2) и (4.3), и суммируйте их квадраты, как описано в уравнении (4.1), чтобы получить квадрат стандартной неопределенности $u(y)$ измеряемой величины. Если известно, что входные величины коррелированны, применяйте процедуру, описанную в Приложении D.

(h) Вычислите расширенную неопределенность U, умножая стандартную неопределенность $u\ (y)$ связанную с выходной оценкой на коэффициент охвата k, выбранный в соответствии с разделом 5.

(i) Представьте результат измерения, включающий оценку y измеряемой величины, соответствующую расширенную неопределенность U и коэффициент охвата k в сертификате калибровки в соответствии с разделом 6 (ILAC P14 [5] и ILAC P15 8 [5]).

6-1 *ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ В СЕРТИФИКАТАХ КАЛИБРОВКИ **

6-1.1 *В сертификатах калибровки окончательный результат измерений, содержащий оценку измеряемой величины y и связанную с ней расширенную неопределенность U, следует представлять в виде (y ± U). К этому должно быть добавлено пояснение, которое в общем случае должно иметь следующее содержание:*

> ***«Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятности охвата приблизительно 95 %. Стандартная неопределенность измерений была определена в соответствии с публикацией EAL-R2**».***

6-1.2 *Однако, в случаях, когда использовалась процедура, описанная в Приложении E, дополнительное примечание должно звучать как:*

> ***«Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = XX, который для t-распределений с количеством эффективных степеней свободы n_{eff} = YY соответствует вероятности охвата приблизительно 95 %. Стандартная неопределенность измерений была определена в соответствии с публикацией EAL-R2 **».***

6-1.3 *Численное значение неопределенности измерений должно быть дано с учетом двух значащих цифр. Как правило, численное значение результата измерений должно быть в итоговом виде округлено до последней значащей цифры значения расширенной неопределенности, приписанной результату измерений. Для процесса округления следует применять обычные правила округления чисел (за дальнейшими деталями по поводу округления обращайтесь к ISO 31-0:1992 ***, Приложение B). Однако, если округление приводит к тому, что численное значение неопределенности измерений снижается более, чем на 5%, то следует использовать величину, округленную в верхнюю сторону.*

***** Раздел 6-1 (перевод текста раздела 6 EA-4/02 версии 1999 года) дополнительно включен переводчиком в текст перевода EA-4/02:2013 с целью представления дополнительной справочной информации о правилах заполнения сертификатов калибровки.

****** EAL R2:1997 Expression Of The Uncertainty Of Measurement In Calibration (*Выражение неопределенности измерений при калибровке*) (примечание переводчика)

*** ISO 31-0:1992 Quantities and units -- Part 0: General principles («Величины и единицы. Часть 0. Основные понятия») [в настоящее время заменен на ISO 80000-1:2009 + Cor 1:2011 Quantities and units -- Part 1: General (*Величины и единицы. Часть 1. Общие положения*)] (примечание переводчика)

7 *НОРМАТИВНЫЕ ССЫЛКИ*

[1] JCGM 100:2008 GUM 1995 * с незначительными изменениями, Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement («*Оценка данных измерений - Руководство по выражению неопределенности измерений*») (доступно на www.bipm.org) [2] ISO/IEC 17025/2005, General requirements for the competence of testing and calibration laboratories. [3] JCGM 200:2008 International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms (доступно на www.bipm.org)

[2] ISO/IEC 17025:2005 **, General requirements for the competence of testing and calibration laboratories («*Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий*»).

[3] JCGM 200:2008 *** International vocabulary of metrology – Basic and general concepts and associated terms («*Международный словарь по метрологии - Основные и общие понятия и соответствующие термины*») (доступно на www.bipm.org)

[4] Международный стандарт ISO 3534-1:2006 Statistics-Vocabulary and symbols-Part 1: General statistical terms and terms used in probability («*Статистика. Словарь и условные обозначения. Часть 1. Общие статистические термины и термины, используемые в теории вероятности*»)

[5] ILAC P14:12/2010 – ILAC Policy for Uncertainty in Calibration («*Политика ILAC по неопределенности при калибровке*»).

[6] JCGM 104:2009 Evaluation of measurement data – An introduction to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” and related documents («*Оценка данных измерений – Введение к «Руководству по выражению неопределенности измерений» и связанным с ним документам*») (доступно на www.bipm.org).

---

* См. также «Руководство по выражению неопределенности измерения» Перевод с англ. под научн. ред. проф. Слаева В.А. ВНИИМ им. Д.И. Менделеева, С.-Петербург, 1999 (примечание переводчика)

** В Республике Узбекистан действует государственный стандарт O‘z DSt ISO/IEC 17025:2007 Общие требования к компетентности испытательных и калибровочных лабораторий (ISO/IEC 17025:2005, IDT) (примечание переводчика)

*** См. также ISO/IEC Guide 99:2007 (E/R) Международный словарь по метрологии. Основные и общие понятия и соответствующие термины (примечание переводчика)

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Калибровочные и измерительные возможности

Концепция калибровочных и измерительных возможностей, CMC, тщательно исследована в научной работе по калибровочным и измерительным возможностям, выпущенной совместной рабочей группой BIPM/ILAC 7 сентября 2007 года Эта работа включена в политику ILAC по неопределенности при калибровке в качестве приложения и политика является основой для согласованного подхода к CMC среди аккредитованных лабораторий по всему миру [5].

Методы оценки неопределенности, изложенной в данном документе, должны быть использованы при установлении CMC аккредитованных лабораторий.

*Комментарии по оценке наилучшей измерительной возможности **

A1 *Наилучшая измерительная возможность (см. Раздел 1 основного текста) – один из параметров, используемых для определения области аккредитации аккредитованной калибровочной лаборатории, к другим относятся физическая величина, метод калибровки или тип калибруемого прибора, а также диапазон измерений. Наилучшая измерительная возможность обычно указывается в приложении (документе, содержащем список области аккредитации) или в другой документации, дополняющей либо решение по аккредитации, либо сертификат (аттестат) аккредитации, который в большинстве случаев и является свидетельством аккредитации. Иногда она указывается как вместе с областью аккредитации, так и в других дополнительных документах. Наилучшая измерительная возможность является одним из существенных элементов информации, которая должна содержаться в списках аккредитованных лабораторий, регулярно издаваемых аккредитующими органами и используемых потенциальными заказчиками аккредитованной лаборатории для решения о том, подходит ли данная лаборатория для проведения конкретных работ по калибровке в самой лаборатории или на месте у заказчика.*

A2 *Для того, чтобы было возможно сравнивать возможности двух различных лабораторий, в частности, лабораторий, аккредитованных различными аккредитующими органами, формулировка наилучшей измерительной возможности должна быть гармонизирована. Для облегчения этого, ниже приведены некоторые разъяснения термина наилучшей измерительной возможности, основанные на ее определении из основного текста.*

A3 *Под «более или менее рутинными калибровками» подразумевается, что лаборатория должна быть способна достигать указанных возможностей при обычной работе, выполняемой в рамках своей аккредитации. Очевидно, что существуют случаи, когда лаборатория может работать лучше в результате всесторонних исследований и дополнительных мер предосторожности, но эти случаи не охватываются определением наилучшей измерительной возможности, кроме случая, когда проведение научных изысканий является заявленной политикой лаборатории (и в таком случае становится «более или менее рутинными» типами калибровки в лаборатории).*

---

* **«Комментарии»** (перевод Приложения А текста EA-4/02 версии 1999 года) включены переводчиком в текст перевода EA-4/02:2013 с целью расширения толкования понятия «наилучшие измерительные возможности» и акцентирования важности этого понятия для аккредитованных калибровочных лабораторий.

A4 *Внесение в определение уточнения «близкий к идеальному» означает, что наилучшая измерительная возможность не должна зависеть от характеристик калибруемого прибора. Концепция близости к идеалу включает в себя требование того, чтобы в неопределенность измерений не было значительного вклада, связанного с физическими эффектами, которые можно приписать несовершенству калибруемого прибора. Однако, следует понимать, что такой «идеальный» прибор должен иметься в наличии. Если установлено, что, в частном случае, даже наиболее «идеальный» из имеющихся приборов вносит вклад в неопределенность измерений, этот вклад должен быть включен в определение наилучшей измерительной возможности, и должно быть указано, что наилучшая измерительная возможность относится к этому типу прибора.*

A5 *Определение наилучшей измерительной возможности подразумевает, что в рамках ее аккредитации лаборатория не может заявлять о меньшей неопределенности измерений, чем ее наилучшая измерительная возможность. Это означает, что лаборатория обязана сообщать неопределенность, большую, чем та, которая соответствует наилучшей измерительной возможности всегда, когда установлено, что сам процесс калибровки вносит значительный вклад в неопределенность измерений. Обычно, калибруемое оборудование может дать свой вклад. Очевидно, что действительная неопределенность измерений не может быть меньше, чем наилучшая измерительная возможность. При сообщении результатов лаборатория должна придерживаться принципов настоящего документа.*

A6 *Следует отметить, что в соответствии с определением наилучшей измерительной возможности, концепция применяется только к результатам, сообщая которые, лаборатория заявляет о своем статусе как аккредитованной лаборатории. Таким образом, строго говоря, этот термин носит административный характер, и не является необходимым для отражения реальных технических возможностей лаборатории. Должно быть возможным для лаборатории подавать заявку на аккредитацию с большей неопределенностью измерений, чем позволяют ее технические возможности, если лаборатория имеет свои внутренние причины так поступать. Такие внутренние причины обычно включают случаи, когда реальные возможности должны быть скрыты от внешних заказчиков, например, при выполнении исследовательских и технологических разработок или при оказании услуг особым заказчикам. Политика аккредитующего органа должна позволять давать аккредитацию на любом заявленном уровне, если лаборатория в состоянии выполнять калибровку на этом уровне. (Эти рассуждения применимы не только к наилучшей измерительной возможности, но и к любым параметрам, которые определяют область аккредитации лаборатории.)*

A7 *Оценка наилучшей измерительной возможности является задачей аккредитующего органа. Оценка неопределенности измерений, которая определяет наилучшую измерительную возможность, должна проводиться согласно процедуре, описанной в настоящем документе, за исключением случая, описанного в предыдущем подразделе. Наилучшая измерительная возможность должна быть указана на том же уровне, как требуется для сертификатов калибровки, т.е. в форме расширенной неопределенности измерений, обычно с коэффициентом охвата k = 2. (Только в исключительных случаях, когда нельзя предположить существования нормального распределения, либо оценка основана на ограниченном наборе данных, наилучшая измерительная возможность должна быть указана при вероятности охвата приблизительно 95 %. См. Раздел 5 основного текста.)*

A8 *Все компоненты, вносящие значительный вклад в неопределенность измерений, должны быть приняты во внимание при расчете наилучшей измерительной возможности. Вычисление вкладов, о которых известно, что они меняются со временем или в зависимости от других физических величин, может быть основано на пределах возможных вариаций, могущих происходить при нормальных рабочих условиях. Например, если известно, что используемый рабочий эталон «плавает», то вклад, вызванный дрейфом между двумя последовательными калибровками эталона, должен учитываться при оценке вкладов в неопределенность рабочего эталона.*

A9 *В некоторых областях неопределенность измерений может зависеть от некоторых дополнительных параметров, например, от частоты прикладываемого напряжения при калибровке эталонных резисторов. Такие дополнительные параметры должны быть указаны вместе с интересуемой физической величиной, а также для них должна быть указана наилучшая измерительная возможность. Часто это можно сделать, выражая наилучшую измерительную возможность как функцию этих параметров.*

A10 *Как правило, наилучшую измерительную возможность следует указывать численно. Когда наилучшая измерительная возможность является функцией величины, к которой она относится (или любых других параметров), ее следует указать в аналитическом виде, но в таком случае будет полезно для наглядности снабдить такую формулировку диаграммой. Также, всегда должно быть недвусмысленно указано, дана наилучшая измерительная возможность в абсолютных или относительных единицах. (Обычно указания соответствующих единиц бывает достаточно, но в случае безразмерных единиц требуется дополнительное пояснение.)*

A11 *Хотя оценка должна основываться на процедурах этого документа, в основном тексте имеется требование, что, как правило, оценка должна быть «поддержана или подтверждена экспериментальным свидетельством». Смысл этого требования заключается в том, что аккредитующий орган не должен опираться только на оценку неопределенности измерений. Межлабораторные сравнения придает реальную силу оценке и должны проводиться под наблюдением аккредитующего органа или по его поручению.*

ПРИЛОЖЕНИЕ B

Глоссарий некоторых соответствующих терминов

B1 **среднее арифметическое** ([1] пункт т C.2.19)
Среднее; Сумма значений, деленная на количество значений.

B2 **калибровочные и измерительные возможности**
Калибровочные и измерительные возможности (CMC) выражаются в терминах из числа:

1. Измеряемая величина или стандартный образец;
2. Калибровка/метод измерения/процедура и/или тип прибора/материала для калибрования/измерения;
3. Диапазон измерения и дополнительные параметры, где это применимо, например, частота приложенного напряжения;
4. Неопределенность измерений.

Для полного разъяснения см. [5].

B3 **коэффициент корреляции** (от [1] пункт C.3.6)
Коэффициент корреляции является мерой относительной взаимной зависимости двух переменных, равный отношению их ковариаций к положительному квадратному корню из произведения их дисперсий. Для более детального описания см [1].

B4 **ковариация** (от [1] пункт C.3.4)
Мера взаимной зависимости двух случайных величин, равная произведению математических ожиданий отклонений двух случайных величин от своих математических ожиданий. Полное определение можно найти в [1].

B5 **коэффициент охвата (**[3] термин 2.3.8)
Число большее единицы, на которое умножается стандартная неопределенность измерений для получения расширенной неопределенности измерений.

B6 **вероятность охвата** ([3] термин 2.3.7),
Вероятность того, что совокупность истинных значений измеряемой величины находится в пределах указанного интервала охвата.
Примечание: термин «истинное значение» (см. Приложение D), не использован в этом Руководстве по причинам, приведенным в D.3.5; термины «значение измеряемой величины» (или величины) и «истинное значение измеряемой величины» (или величины) рассматриваются как эквивалентные. (GUM 3.1.1), См. также 6 (JCGM 104:2009) глава 1

B7 **выборочное стандартное отклонение** ([1] пункт 4.2.2)
Положительное значение квадратного корня из выборочной дисперсии.

B8 **расширенная неопределенность (измерения)** ([3] термин 2.3.5)
Результат сочетания стандартной неопределенности измерения и коэффициента охвата, большего чем единица.

B9 **выборочная дисперсия** (от [1] пункт 4.2.2)
Величина, характеризующая разброс результатов серии из n наблюдений одной и той же измеряемой величины, определяемая уравнением (3.2) текста.

B10 **входная оценка** (от [1] пункт 4.1.4 и C2.26)
Оценка входной величины, используемая при вычислении результата измерений.

B11 **входная величина** (от [1] пункт 4.1.2)
Величина, от которой зависит измеряемая величина, принимаемая во внимание при оценки результата измерений.

B12 **измеряемая величина** ([3] термин 2.3) .
Конкретная величина, подвергаемая измерению.

B13 **Измерительная неопределенность,** неопределенность измерения, неопределенность ([3] пункт 2.26)
Неотрицательный параметр, характеризующий разброс значений величины, приписываемых измеряемой величине на основе используемой информации.

B14 **выходная оценка** (от [1] пункт 4.1. и C2.26)
Результат измерения, вычисленный подстановкой входных оценок в модельную функцию.

B15 **выходная величина** (от [1] пункт 4.1.2)
Величина, представляющая измеряемую величину при оценке результата измерения.

B16 **суммарная оценка дисперсии** (от [1] Пункт 4.2.4)
Оценка выборочной дисперсии, полученная из продолжительной серии наблюдений одной и той же измеряемой величины в хорошо описанных и статистически контролируемых измерениях

B17 **вероятностное распределение** ([1] пункт C.2.3)
Функция, показывающая вероятность того, что случайная переменная принимает некоторое заданное значение или принадлежит данному набору значений.

B18 **случайная переменная** ([1] пункт C.2.2)
Переменная, которая может принимать любое из значений указанного набора значений, и с которой связано вероятностное распределение.

B19 **относительная стандартная неопределенность измерений** ([3] пункт 2.3.2**)**
Стандартная неопределенность измерений, деленная на модуль значения измеренной величины.

B20 **коэффициент чувствительности, связанный с входной оценкой** (от [1] пункт 5.1.3)
Дифференциальное изменение выходной оценки, вызванное дифференциальным изменением входной величины, деленное на изменение этой входной величины.

B21 **стандартное отклонение** ([1] пункт C.2.12)
Положительный квадратный корень из дисперсии.

B22 **стандартная неопределенность измерения** ([3] термин 2.3.0)
Неопределенность, выраженная в виде стандартного отклонения.

B23 **Оценка неопределенности измерений типа A** ([3] пункт 2.28)
Оценка компонента неопределенности измерений путем статистического анализа значений измеряемой величины, полученных при определенных условиях измерения.

B24 **Оценка неопределенности измерений типа B** ([3] термин 229)
Оценка компонента неопределенности измерений определенная средствами, отличными от оценки неопределенности измерений типа A.

B25 **бюджет неопределенности** ([3] пункт 2.33)
отчет о неопределенности измерения, о ее компонентах, об их вычислении и суммировании.

B26 **дисперсия** (от [1] пункт C.2.11)
Математическое ожидание квадрата центрированной случайной переменной.

ПРИЛОЖЕНИЕ C

Источники неопределенности измерений

C1 Неопределенность результата измерений отражает отсутствие полной информации о значении измеряемой величины. Полное знание требует бесконечного объема информации. Явления, способствующие неопределенности, и, таким образом, приводящие к факту того, что результат измерения не может быть характеризован единственно возможным значением, называются источниками неопределенности. На практике существует множество источников неопределенности измерений [1], включая:

(a) неполное определение измеряемой величины;

(b) несовершенная реализация определения измеряемой величины;

(c) непредставительный отбор образца – измеренный образец может и не представлять определенную величину;

(d) неадекватно известные эффекты условий окружающей среды или несовершенные их измерения;

(e) личная предубежденность при отсчете показаний аналоговых приборов;

(f) конечное разрешение прибора или порог обнаружения и распознавания;

(g) неточные значения эталонов и стандартных образцов;

(h) неточные значения констант и других параметров, полученных из внешних источников и используемых в алгоритмах обработки данных;

(i) приближения и допущения, включенные в метод и процедуру измерений;

(j) изменения при повторных наблюдениях измеряемой величины при несомненно идентичных условиях.

C2 Эти источники не обязательно независимы. Некоторые из источников от (a) до (i) могут вносить свой вклад в (j).

ПРИЛОЖЕНИЕ D

Коррелированные входные величины

D1 Если известно, что две входные величины *X*i и *X*k в некоторой степени связаны друг с другом – т.е. если они так или иначе зависят друг от друга – **ковариация** (смешанный момент второго порядка), связанная с двумя оценками x_i и x_k

$$u(x_i, x_k) = u(x_i)\, u(x_k)\, r(x_i, x_k) \qquad (i \neq k) \tag{D.1}$$

должна учитываться как еще один вклад в неопределенность. Степень корреляции характеризуется коэффициентом корреляции $r(x_i, x_k)$ (где $i \neq k$ и $|r| \leq 1$).

D2 В случае *n* независимых пар одновременно выполненных наблюдений двух величин *P* и *Q*, ковариация, связанная со средними арифметическими $\overline{p}$ и $\overline{q}$, дается формулой

$$s(\overline{p},\overline{q}) = \frac{1}{n(n-1)} \sum_{j=1}^{n} (p_j - \overline{p})(q_j - \overline{q}) \tag{D.2}$$

откуда подстановкой может быть вычислен параметр r из (D.1).

D3 Для влияющих величин любая степень корреляции должна основываться на опыте. Если присутствует корреляция, уравнение (4.1) должно быть заменено на уравнение

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} c_i^2 u^2(x_i) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} c_i c_k u(x_i, x_k) \tag{D.3}$$

где c_i и c_k являются коэффициентами чувствительности, определенными в уравнении (4.3), или на уравнение

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{N} u_i^2(y) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{k=i+1}^{N} u_i(y)\, u_k(y)\, r(x_i, x_k) \tag{D.4}$$

с вкладами $u_i(y)$ в стандартную неопределенность выходной оценки *y*, которая получается из стандартной неопределенности входной оценки x_i, данной в уравнении (4.2). Следует отметить, что второе суммирование в уравнениях (D.3) и (D.4) может оказаться со знаком «минус».

D4 На практике входные величины часто коррелированны, поскольку тот же физический исходный эталон, измерительный прибор, справочные данные, или же метод измерений, используемые при определении этих величин, сами по себе имеют значительную неопределенность. Рассмотрим общий случай. Предположим, что две входные величины X_1 и X_2, с соответствующими оценками x_1 и x_2, зависят от набора независимых переменных Q_l (l = 1, 2,…, L)

$$\begin{aligned} X_1 &= g_1(Q_1, Q_2, ..., Q_L) \\ X_2 &= g_2(Q_1, Q_2, ..., Q_L) \end{aligned}, \tag{D.5}$$

хотя некоторые из этих переменных не обязательно будут присутствовать в обеих функциях. Оценки x_1 и x_2 входных величин будут в какой-то степени коррелированны, даже если оценки q_l (l = 1,2,…,L) некоррелированные. В таком случае ковариация $u(x_1, x_2)$, связанная с оценками x_1 и x_2 дается следующей формулой:

$$u(x_1, x_2) = \sum_{l=1}^{L} c_{1l} c_{2l} u^2(q_l) \tag{D.6}$$

где c_{1l} и c_{2l} представляют собой коэффициенты чувствительности, полученные из функций q_1 и q_2 по аналогии с уравнением (4.3). Поскольку только те члены вносят вклад в сумму, при которых коэффициенты не исчезают, ковариация равна нулю, если ни одна из переменных не является общей для функций q_1 и q_2. Коэффициент корреляции $r(x_1,x_2)$, связанный с оценками x_1 и x_2 определяется из уравнения (D.6) совместно с уравнением (D.1).

D5 Следующий пример демонстрирует корреляцию, существующую между значениями, приписанными двум соподчиненным эталонам, которые калиброваны относительно одного и того же исходного эталона.

Измерительная задача

Два эталона X_1 и X_2 сравниваются с исходным эталоном Q_S посредством измерительной системы, способной установить разницу z в их значениях с соответствующей стандартной неопределенностью $u(z)$. Значения величин q_S исходного эталона известны со стандартной неопределенностью $u(q_S)$.

Математическая модель

Оценки x_1 и x_2 зависят от значений q_S исходного эталона и наблюдаемых отклонений z_1 и z_2 в соответствии с соотношениями

$$\begin{aligned} x_1 &= q_S - z_1 \\ x_2 &= q_S - z_2 \end{aligned} \qquad \text{(D.7)}$$

Стандартные неопределенности и ковариации

Предполагается, что оценки z_1, z_2 и q_S не являются коррелированными, поскольку были определены различными измерениями. Стандартные неопределенности вычисляются из уравнения (4.4), а ковариации, связанные с оценками x_1 и x_2 – из уравнения (D.6), полагая $u(z_1) = u(z_2) = u(z)$,

$$\begin{aligned} u^2(x_1) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u^2(x_2) &= u^2(q_S) + u^2(z) \\ u(x_1, x_2) &= u^2(q_S) \end{aligned} \qquad \text{(D.8)}$$

Коэффициент корреляции, полученный из этих результатов, равен

$$r(x_1, x_2) = \frac{u^2(q_S)}{u^2(q_S) + u^2(z)} \qquad \text{(D.9)}$$

Его значения лежат в пределах от 0 до +1, в зависимости от отношения стандартных неопределенностей $u(q_S)$ и $u(z)$.

D6 Случай, описанный уравнением (D.5) является одним из таких, в которых можно обойтись без введения корреляции в вычисление стандартной неопределенности измеряемой величины, если подобрать подходящую модельную функцию. Введя напрямую независимые переменные Q_l, замещая ими исходные переменные X_1 и X_2 в модельной функции f в соответствии с трансформационными уравнениями (D.5), получаем новую модельную функцию, которая более не содержит коррелированных переменных X_1 и X_2.

D7 Однако, существуют случаи, когда нельзя избавиться от корреляции между двумя входными величинами X_1 и X_2, например, используя одно и то же средство измерений или один и тот же исходный эталон при определении входных оценок x_1 и x_2, но где нельзя подобрать трансформационные уравнения к новым независимым переменным. Если, более того, степень корреляции также точно не известна, может оказаться полезным оценить максимальное влияние, которое эта корреляция может иметь, верхним пределом оценки стандартной неопределенности измеряемой величины, которая в случае, когда другие корреляции не должны учитываться, принимает вид

$$u^2(y) \le \left(|u_1(y)| + |u_2(y)|\right)^2 + u_r^2(y) \qquad \text{(D.10)}$$

с параметром $u_r(y)$, представляющим собой вклад в стандартную неопределенность всех оставшихся входных величин, которые, как предполагают, были некоррелированными.

Примечание: Уравнение (D.10) легко приводится к общему виду в случаях одной или нескольких групп с двумя или более коррелированными входными величинами. В этих случаях, соответствующая худшему случаю, сумма должна быть введена в уравнение (D.10) для каждой группы коррелированных величин.

ПРИЛОЖЕНИЕ E

Коэффициенты охвата, полученные с помощью эффективных степеней свободы.

E1 Для оценки значения коэффициента охвата k, соответствующего указанной вероятности охвата, требуется учесть состоятельность стандартной неопределенности $u(y)$ выходной оценки y. Это означает, что надо принять во внимание, насколько хорошо $u(y)$ описывает стандартное отклонение, связанное с результатом измерения. При оценке стандартного отклонения от нормального распределения степень состоятельности описывают степени свободы этой оценки, которая зависит от размера образца, на которой она основана. Подобно этому, подходящей степенью состоятельности стандартной неопределенности, связанной с выходной оценкой, являются ее эффективные степени свободы v_{eff}, которые аппроксимируются подходящей комбинацией эффективных степеней свободы ее различных вкладов в неопределенность $u_i(y)$.

E2 Процедура вычисления подходящего коэффициента охвата k, при условиях, когда выполняется центральная предельная теорема, состоит из следующих трех шагов:

(a) Нахождение стандартной неопределенности, связанной с выходной оценкой, в соответствии с пошаговой процедурой, указанной в Разделе 7.

.

(b) Оценка эффективных степеней свободы v_{eff} стандартной неопределенности $u(y)$, связанной с выходной оценкой y, из уравнения Уэлча-Саттертуэйта (Welch-Satterthwaite).

$$v_{\text{eff}} = \frac{u^4(y)}{\sum_{i=1}^{N} \frac{u_i^4(y)}{v_i}} \quad , \tag{E.1}$$

где $u_i(y)$ (i = 1,2,…,N), определяемые уравнением (4.2), являются вкладами в стандартную неопределенность, связанную с выходной оценкой y, в свою очередь являющейся стандартной неопределенностью, связанной с входной оценкой x_i, при этом предполагается, что они взаимно статистически независимы, и v_i равно количеству эффективных степеней свободы вклада в стандартную неопределенность $u_i(y)$.

Для стандартной неопределенности $u(q)$, полученной в результате оценки типа A, как обсуждалось в подразделе 3.1, число степеней свободы $v_i = n - 1$. Гораздо более проблематично связать степени свободы со стандартной неопределенностью $u(x_i)$, полученной в результате вычислений типа B. Однако, существует общая практика проведения таких вычислений способом, при котором исключена недооценка. Если, например, устанавливаются нижний и верхний пределы a_- и a_+, то они обычно выбираются таким образом, чтобы была очень мала вероятность того, что рассматриваемая величина окажется вне этих пределов. Предполагая, что исследователь следует этой практике, число степеней свободы стандартной неопределенности $u(x_i)$, полученной в результате вычислений типа B, может быть принято как $v_i \rightarrow \infty$.

(c) Нахождение коэффициента охвата k по таблице E.1 настоящего Приложения. Эта таблица основана на t-распределении, рассчитанном для вероятности охвата 95,45 %. Если v_{eff} не является целым числом (как правило, так и происходит), v_{eff} округляют уменьшением до ближайшего целого числа.

Таблица E.1: Коэффициенты охвата k для разного числа эффективных степеней свободы v_{eff}.

v_{eff}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
k	13,97	4,53	3,31	2,87	2,65	2,52	2,43	2,37	2,32	2,28

v_{eff}	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
k	2,25	2,23	2,21	2,20	2,18	2,17	2,16	2,15	2,14	2,13

v_{eff}	25	30	35	40	45	50	∞
k	2,11	2,09	2,07	2,06	2,06	2,05	2,00

ДОПОЛНЕНИЕ 1

Примеры

СОДЕРЖАНИЕ

S1 ВВЕДЕНИЕ…….. 28

S2 КАЛИБРОВКА ГИРИ С НОМИНАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ 10 kg …….. 29

S3 КАЛИБРОВКА ЭТАЛОННОГО РЕЗИСТОРА НОМИНАЛОМ В 10 kΩ……..... 31

S4 КАЛИБРОВКА КОНЦЕВОЙ МЕРЫ ДЛИНЫ С НОМИНАЛЬНОЙ ДЛИНОЙ 50 mm ……... 34

S5 КАЛИБРОВКА ТЕРМОПАРЫ ТИПА N ПРИ 1000 °C…… 38

S6 КАЛИБРОВКА ДАТЧИКА МОЩНОСТИ ПРИ ЧАСТОТЕ 18 GHz …….. 42

S7 КАЛИБРОВКА КОАКСИАЛЬНОГО СТУПЕНЧАТОГО АТТЕНЮАТОРА ДЛЯ ОСЛАБЛЕНИЯ 30 dB (ПРИРАЩЕНИЕ ОСЛАБЛЕНИЯ)…..... 46

S1 *ВВЕДЕНИЕ*

S1.1 Следующие примеры выбраны для иллюстрации методов оценки неопределенности измерений. Более конкретные и представительные примеры, основанные на соответствующих моделях, должны разрабатываться специальными рабочими группами в различных областях. Тем не менее, представленные здесь примеры дают общее представление о процессе.

S1.2 Примеры основаны на проектах, подготовленных Экспертными Группами EAL. Эти проекты были упрощены и гармонизированы с целью сделать их более понятными для персонала лабораторий в различных областях калибровки. Таким образом, предполагается, что этот набор примеров внесет свой вклад в лучшее понимание деталей использования модели оценки и гармонизации процесса оценки неопределенности измерений, независимо от области калибровки.

S1.3 Вклады и значения, указанные в примерах, не являются требованиями для обязательного исполнения или предпочтения. Лаборатории должны определить вклады в неопределенность на основе модельной функции, используемой ими при проведении конкретной калибровки, и приводить найденную неопределенность измерений на выдаваемых ими сертификатах калибровки. Во всех данных примерах выполняются все условия, указанные в Разделе 5 для использования стандартного коэффициента охвата k = 2.

S1.4 Изложение примеров построено, в соответствии с пошаговой процедурой Раздела 7 документа EAL-R2*, по общей схеме, содержащей:

- короткое описательное название,
- общее описание процесса измерений,
- модель вычислений, снабженная списком используемых символов,
- подробное перечисление входных данных с коротким описанием того, как они были получены,
- список наблюдений и оценка статистических параметров,
- баланс неопределенности в табличной форме,
- расширенная неопределенность измерений,
- итоговый результат измерений.

S1.5 Это первое дополнение к EAL-R2* предназначено для использования совместно с другими, содержащими примеры, разработанные по оценке неопределенности измерений применительно к калибровке средств измерений. Дополнительные примеры можно найти в Руководящих Документах EAL, описывающих калибровку конкретных типов средств измерений.

---

* EAL R2:1997 Expression Of The Uncertainty Of Measurement In Calibration (Выражение неопределенности измерений при калибровке) (примечание переводчика)

S2 *КАЛИБРОВКА ГИРИ С НОМИНАЛЬНЫМ ЗНАЧЕНИЕМ 10 kg*

S2.1 Калибровка гири с номинальным значением 10 kg класса Ml (по классификации OIML) проводится путем сравнения с исходным эталоном (OIML класс F2) того же номинального значения с использованием компаратора масс, чьи технические характеристики были определены заранее.

S2.2 Неизвестная принятая масса m_X находится из уравнения:

$$m_X = m_S + \delta d_D + \delta m + \delta m_C + \delta B \qquad \text{(S2.1)}$$

где:

m_S - принятая масса эталона,
δm_D - изменение (дрейф) значения эталона после его последней калибровки,
δm - наблюдаемая разница в массе между неизвестной массой и эталоном,
δm_C - поправка на эксцентриситет и магнитный эффект,
δB - поправка на выталкивающую силу воздуха.

S2.3 Исходный эталон (m_S): Сертификат калибровки для исходного эталона дает значение 10 000,005 g с соответствующей расширенной неопределенностью в 45 mg (коэффициент охвата $k = 2$).

S2.4 Изменение значения эталона (δm_D): Изменение значения исходного эталона принимается из предыдущих калибровок равной нулю с погрешностью ± 15 mg.

S2.5 Компаратор (δm, δm_C): Предыдущие исследования воспроизводимости разницы масс между двумя гирями одного и того же номинального значения дают суммарную оценку стандартного отклонения в 25 mg. Поправки для компаратора отсутствуют; между тем, принимается, что колебания, вызванные эксцентриситетом и магнитным эффектом, имеют прямоугольное распределение в пределах ±10 mg.

S2.6 Выталкивающая сила воздуха (δB): Поправки, связанные с эффектом выталкивающей силы воздуха, не вводятся, при этом пределы отклонений оцениваются в пределах $\pm 1 \times 10^{-6}$ от номинального значения.

S2.7 Корреляция: принимается, что ни одна из входных величин не связана с другой в какой-то заметной степени.

S2.8 Измерения: Три наблюдения разницы в массах между неизвестной массой и эталоном получены с использованием метода подстановок по схеме ABBA ABBA ABBA:

№	принятая масса		показание		разница
1	эталон		+0,010 g		
	неизвестная		+0,020 g		
	неизвестная		+0,025 g		
	эталон		+0,015 g		+0,01 g
2	эталон		+0,025 g		
	неизвестная		+0,050 g		
	неизвестная		+0,055 g		
	эталон		+0,020 g		+0,03 g
3	эталон		+0,025 g		
	неизвестная		+0,045 g		
	неизвестная		+0,040 g		
	эталон		+0,020 g		+0,02 g

среднее арифметическое: $\overline{\delta m} = 0{,}020\,\text{g}$

суммарная оценка стандартного отклонения: $s_p(\delta m) = 25$ mg
(полученная из предыдущих исследований)

стандартная неопределенность: $u(\delta m) = s(\overline{\delta m}) = \frac{25\,mg}{\sqrt{3}} = 14{,}4$ mg

S2.9 Баланс неопределенности (m_X):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
m_S	10000,005 g	22,5 mg	нормальное	1,0	22,5 mg
δm_D	0,000 g	8,95 mg	прямоугольное	1,0	8,95 mg
δm	0,020 g	14,4 mg	нормальное	1,0	14,4 mg
δm_C	0,000 g	5,77 mg	прямоугольное	1,0	5,77 mg
δB	0,000 g	5,77 mg	прямоугольное	1,0	5,77 mg
m_X	10000,025 g	...	...	...	29,3 mg

S2.10 Расширенная неопределенность

$U = k \times u(m_X) = 2 \times 29{,}3$ mg ≈ 59 mg

S2.11 Подтвержденный результат

Измеренная масса гири номиналом 10 kg равна (10000025 ± 59) mg.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятности охвата приблизительно 95 %.

S3 *КАЛИБРОВКА ЭТАЛОННОГО РЕЗИТОРА НОМИНАЛОМ 10 kΩ*

S3.1 Электрическое сопротивление четырехзажимного эталонного резистора определяется путем прямого замещения с использованием многодиапазонного цифрового мультиметра (7½ разрядов) (ЦММ), включенного в режим измерения сопротивления, и калиброванного четырехзажимного эталонного резистора с тем же номинальным значением, что и измеряемый образец, используемого при калибровке как исходный эталон. Резисторы погружаются в хорошо перемешиваемую масляную ванну при температуре 23 °C, измеряемой помещенным в центр стеклянным ртутным термометром. Перед измерениями резисторы выдерживают на период стабилизации. Четырехзажимные контакты каждого резистора по очереди подключаются к разъемам ЦММ. Известно, что измерительный ток в 100 μA в диапазоне ЦММ 10 kΩ достаточно низок, чтобы не вызвать сколько-нибудь заметного самонагревания резисторов. Используемая измерительная процедура также обеспечивает незначительность влияния внешнего сопротивления утечки на результат измерения.

S3.2 Сопротивление R_X неизвестного резистора находится из соотношения:

$$R_X = (R_S + \delta R_D + \delta R_{TS})\, r_C\, r - \delta R_{TX} \qquad \text{(S3.1)}$$

где

R_S – сопротивление исходного эталона,

δR_D – изменение сопротивления исходного эталона со времени его последней калибровки,

δR_{TS} – температурное изменение сопротивления исходного эталона,

$r = R_{iX}/R_{iS}$ – отношение показаний сопротивлений (индекс "i" означает «индикация», т.е. отображение на дисплее ЦММ) неизвестного и эталонного резисторов,

r_C – *поправочный множитель для паразитных напряжений и разрешения прибора*

δR_{TX} – температурное изменение сопротивления неизвестного резистора.

S3.3 **Исходный эталон (R_S):** Сертификат калибровки исходного эталона дает значение сопротивления 10 000,053 Ω ± 5 mΩ (коэффициент охвата k = 2) при указанной исходной температуре в 23 °C.

S3.4 **Изменение значения (дрейф) эталона (δR_D):** Изменение сопротивления исходного резистора за время, прошедшее с его последней калибровки, оценивается по его истории калибровки в пределах +20 mΩ с разбросом в пределах ±10 mΩ.

S3.5 **Температурные поправки (δR_{TS}, δR_{TX}):** Температура масляной ванны измеряется с помощью калиброванного термометра, и должна быть 23,00 °C. Принимая во внимание метрологические характеристики используемого термометра и градиенты температуры внутри масляной ванны, предполагается, что температура резисторов соответствует измеряемой температуре в пределах ± 0,055 K. Таким образом, известное значение 5×10^{-6} K^{-1} температурного коэффициента (ТК) образцового резистора дает пределы в ± 2,75 mΩ для отклонений от значения его сопротивления (известное по калибровке); это вызвано возможными отклонениями от рабочей температуры. Из литературы производителя, ТК неизвестного резистора оценивается в пределах 10×10^{-6} K^{-1}, таким образом, вариации сопротивления неизвестного резистора вследствие температурных колебаний, по оценкам лежат в пределах ± 5,5 mΩ.

S3.6 **Измерения сопротивления (r_C):** Поскольку для наблюдения как R_{iX}, так и R_{iS} используется один и тот же ЦММ, вклады в погрешность коррелированны, но существующий эффект снижает погрешность, так что необходимо только рассмотреть относительную разность в показаниях сопротивлений, вызванную систематическими эффектами, такими, как паразитные напряжения и разрешение прибора

(см. математическое примечание к параграфу S3.12), которые по оценкам имеют пределы в ± 0,5×10^{-6} для каждого показания. В результате распределение отношения r_C становится треугольным с математическим ожиданием 1,000 000 0 и пределами ± 1,0×10^{-6}.

S3.7 Корреляция: Предполагается, что ни одна из входных величин не связана с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S3.8 Измерения (*r*): Делается пять наблюдений и записывается отношение *r*:

: **No.**	**Отмеченное соотношение**
1	1,000 010 4
2	1,000 010 7
3	1,000 010 6
4	1,000 010 3
5	1,000 010 5

среднее арифметическое: r = 1,000 010 5 ,
выборочное стандартное отклонение: $s(r) = 0{,}158 \times 10^{-6}$

стандартная неопределенность: $u(r) = s(\bar{r}) = \dfrac{0{,}158 \times 10^{-6}}{\sqrt{5}} = 0{,}0707 \times 10^{-6}$

S3.9 Бюджет неопределенности (R_X):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
R_S	10 000,053 Ω	2,5 mΩ	нормальное	1,0	2,5 mΩ
δR_D	0,020 Ω	5,8 mΩ	прямоугольное	1,0	5,8 mΩ
δR_{TS}	0,000 Ω	1,6 mΩ	прямоугольное	1,0	1,6 mΩ
δR_{TX}	0,000 Ω	3,2 mΩ	прямоугольное	1,0	3,2 mΩ
r_C	1,000 000 0	0,41×10^{-6}	треугольное	10 000 Ω	4,1 mΩ
r	1,000 010 5	0,07×10^{-6}	нормальное	10 000 Ω	0,7 mΩ
R_X	10 000,178 Ω	. .. .. .			8,33 mΩ

S3.10 Расширенная неопределенность:

$U = k \times u(R_X) = 2 \times 8{,}33$ mΩ ≈ 17 mΩ

S3.11 Подтвержденный результат: Измеренное значение резистора номиналом в 10 kΩ, при температурных условиях 23,00 °C и измерительном токе 100 μA, равно (10 000,178 ± 0,017) Ω.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятности охвата приблизительно 95 %.

S3.12 Математическое примечание по стандартной неопределенности измерения отношения показаний значений сопротивлений: Неизвестный и образцовый резисторы имеют примерно одинаковое сопротивление. Используя для отклонений обычную линейную аппроксимацию, для значений, отображаемых на дисплее ЦММ R_{iX} и R_{iS}, получаем

$$R_X' = R_{iX}\left(1 + \frac{\delta R_X'}{R}\right)$$
$$R_S' = R_{iS}\left(1 + \frac{\delta R_S'}{R}\right) \qquad \text{(S3.2)}$$

где R представляет собой номинальное сопротивление резисторов, а $\delta R_X'$ и $\delta R_S'$ – неизвестные отклонения. Отсюда получаем отношение сопротивлений

$$\frac{R_X'}{R_S'} = r\, r_C \qquad \text{(S3.3)}$$

и отношение показаний сопротивлений для неизвестного и образцового резисторов

$$r = \frac{R_{iX}}{R_{iS}} \qquad \text{(S3.4)}$$

и поправочный коэффициент (линейная аппроксимация отклонений)

$$r_C = 1 + \frac{\delta R_X' - \delta R_S'}{R} \qquad \text{(S3.5)}$$

Из-за того, что в уравнение (S3.5) входит разница отклонений, коррелированный вклад систематических эффектов внутренней градуировки ЦММ не влияет на результат. Стандартная неопределенность поправочного коэффициента определяется только некоррелированными отклонениями, возникающими из-за паразитных эффектов и разрешения ЦММ. Принимая, что $u(\delta R_X') = u(\delta R_S') = u(\delta R')$, она дается выражением

$$u^2(r_C) = 2\frac{u^2(\delta R')}{R^2} \qquad \text{(S3.6)}$$

S4 *КАЛИБРОВКА КОНЦЕВОЙ МЕРЫ ДЛИНЫ С НОМИНАЛЬНОЙ ДЛИНОЙ 50 mm*

S4.1 Калибровка концевой меры длины класса 0 (ISO 3650 *) номинальной длиной 50 mm проводится путем сравнения с использованием компаратора и калиброванной концевой меры той же номинальной длины и из того же материала, как и исходный эталон. Разница по центральной длине определяется в вертикальном положении двух концевых мер с использованием двух индикаторов длины, касающихся верхней и нижней измерительных плоскостей. Действительная длина l_X' калибруемой концевой меры соотносится с действительной длиной l_S' исходного эталона уравнением

$$l_X' = l_S' + \delta l \qquad \text{(S4.1)}$$

где δl – измеренная разница в длине. l_X' и l_S' – длины концевых мер при условиях измерения, в частности, при температуре, которые, принимая во внимание неопределенность измерения лабораторной температуры, может не быть идентична опорной температуре для измерений длины.

S4.2 Длина l_X неизвестной концевой меры при опорной температуре находится из соотношения:

$$l_X = l_S + \delta l_D + \delta l + \delta l_C - L\,(\bar{\alpha} \times \delta t + \delta\alpha \times \Delta\bar{t}) - \delta l_V \qquad \text{(S4.2)}$$

где:

l_S	–	длина образцовой концевой меры при опорной температуре t_0 = 20 °C, взятая из сертификата калибровки;
δl_D	–	изменение в длине образцовой концевой меры, произошедшие со времени последней калибровки;
δl	–	наблюдаемая разница в длине между неизвестной и образцовой концевыми мерами;
δl_C	–	поправка на нелинейность и сдвиг нуля компаратора;
L	–	номинальная длина рассматриваемых концевых мер;
$\bar{\alpha} = (\alpha_x + \alpha_s)/2$	–	среднее из коэффициентов теплового расширения неизвестной и образцовой концевыми мерами;
$\delta t = (t_X - t_S)$	–	разница в температуре неизвестной и образцовой концевыми мерами;
$\delta\alpha = (\alpha_x - \alpha_s)$	–	разница коэффициентов теплового расширения неизвестной и образцовой концевыми мерами;
$\Delta t = (t_x + t_s)/2 - t_0$	–	отклонение от средней температуры неизвестной и образцовой концевыми мерами; от опорной температуры;
δl_V	–	поправка на нецентральный контакт измерительных плоскостей неизвестной концевой меры.

S4.3 **Исходный эталон (l_S):** Длина образцовой концевой меры вместе с соответствующей расширенной неопределенностью измерений дана в сертификате калибровки набора концевых мер как 50,000 02 mm ±30 nm (коэффициент охвата k = 2).

---

* ISO 3650:1998 (2014) Geometrical Product Specifications (GPS) — Length standards — Gauge blocks («*Геометрические характеристики изделий (GPS). Эталоны длин. Концевые меры*» - подтвержден в 2014 году) (примечание переводчика)

S4.4 **Изменение эталона (δl_b):** Изменение со временем длины образцовой концевой меры, оценивается от предыдущих калибровок как равное нулю с пределами ± 30 nm. Общий опыт с концевыми мерами этого типа показывает, что нулевой дрейф является наиболее вероятным и что может быть принято треугольное распределение вероятности.

S4.5 **Компаратор (δl_c):** Компаратор был поверен на соответствие спецификациям, установленным в EAL-G21*. Поэтому можно с уверенностью полагать, что для разностей длин D до ± 10 µm поправки к наблюдаемой разнице длин лежат в пределах ± (30 nm +0,02·|D|). Принимая во внимание допуски калибруемой концевой меры класса 0 и образцовой концевой меры класса K, максимальная разница длин будет не более ± 1 µm, что приводит к пределам в ± 32 nm для поправок на нелинейность и сдвиг нуля используемого компаратора.

S4.6 **Температурные поправки ($\bar{\alpha}, \delta t, \delta\alpha, \Delta\bar{t}$):** Перед калибровкой было уделено внимание тому, чтобы концевые меры приняли температуру комнаты, в которой проводятся измерения. Остающаяся разница температур калибруемой и образцовой концевых мер оценивается в пределах ± 0,05 K. На основании сертификата калибровки образцовой концевой меры и данных производителя для калибруемой меры, коэффициент линейного теплового расширения стальной концевой меры принимается находящимся внутри интервала (11,5 ± 1,0)×10^{-6} °C^{-1}. Комбинируя два прямоугольных распределения, для разности коэффициентов линейного теплового расширения получаем треугольное распределение с пределами ± 2×10^{-6} °C^{-1}. Отклонение средней температуры измерений от опорной температуры t_0 = 20 °C оценивается в пределах ± 0,5 °C. Наилучшие оценки различия коэффициентов линейного расширения и отклонения средней температуры от опорной раны нулю. Следовательно, при вычислении их вкладов в неопределенность, вытекающих из произведения стандартных неопределенностей, соответствующих множителям произведения $\delta\alpha \times \Delta\bar{t}$ уравнения (S4.2), во внимание следует принимать члены второго порядка (см. математическое примечание к параграфу S4.13, уравнение (S4.5)). Итоговая стандартная неопределенность $u(\delta\alpha \times \Delta\bar{t})$=0,236×$10^{-6}$.

S4.7 **Вариации длины (δl_v):** Для концевой меры класса 0 вариации в длине, определенной в центре и в четырех углах должны быть в пределах ± 0,12 µm (ISO 3650). Предполагая, что эти вариации возникают на измерительных плоскостях вдоль короткого края длиной 9 mm, а измерения длины по центру проводятся внутри круга радиусом 0,5 mm, поправки на нецентральное смещение точки контакта оцениваются в пределах ± 6,7 nm.

S4. **Корреляция:** Предполагается, что ни одна из входных величин не связана с другой в сколько-нибудь значительной степени.

---

* *(EAL G21:1996 Calibration Of Gauge Block Comparators («*Калибровка компараторов концевых мер*»)* (примечание переводчика)

S4.9 Измерения (δl): Следующие наблюдения были сделаны для разности между неизвестной концевой мерой и исходным эталоном, компаратор перенастраивался на ноль с использованием исходного эталона перед каждым измерением.

номер наблюдения	отмеченное значение
1	-100 nm
2	-90 nm
3	-80 nm
4	-90 nm
5	-100 nm

среднее арифметическое: $\overline{\delta l}$ = – 94 nm

суммарная оценка стандартного отклонения: $s_p(\delta l) = 12$ nm
(полученная из предыдущих исследований)

стандартная неопределенность: $u(\delta l) = s(\overline{\delta l}) = \frac{12\,nm}{\sqrt{5}}$ = 5,37 nm

Суммарная оценка стандартного отклонения вяза из испытаний, сделанных для подтверждения соответствия используемого компаратора требованиям EAL-G21

S4.10 Бюджет неопределенности (δl_X):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
l_S	50,000 020 mm	15 nm	нормальное	1,0	15,0 nm
δl_D	0 mm	17,3 nm	треугольное	1,0	17,3 nm
δl	-0,000 094 mm	5,37 nm	нормальное	1,0	5,37 nm
δl_C	0 mm	18,5 nm	прямоугольное	1,0	18,5 nm
δt	0 °C	0,0289 °C	прямоугольное	-575 nm/°C	-16,6 nm
$\delta\alpha \times \Delta\bar{t}$	0	$0{,}236\times10^{-6}$	специальное	50 mm	-11,8 nm
δl_V	0 mm	3,87 nm	прямоугольное	-1,0	-3,87 nm
l_X	49,999 926 mm	.	.	.	36,4 nm

S4.11 Расширенная неопределенность

$U = k \times u(l_X) = 2\times36{,}4$ nm ≈ 73 nm

S4.12 Подтвержденный результат

Измеренное значение концевой меры длины с номинальной длиной 50 мм равно 49,999 926 mm ± 73 nm.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятности охвата приблизительно 95 %.

S4.13 Математическое примечание по стандартной неопределенности измерений произведения двух величин с нулевым математическим ожиданием: При рассмотрении произведения двух величин обычный метод оценки вкладов в неопределенность, основанный на линеаризации модельной функции, должен быть модифицирован, если одно или оба математических ожидания множителей в произведении равны нулю. Если множители произведения статистически независимы с математическими ожиданиями отличными от нуля, квадрат относительной стандартной неопределенности измерений (относительная дисперсия), соответствующий произведению, может быть выражен без всякой линеаризации квадратами относительных стандартных неопределенностей, соответствующих оценкам множителей:

$$w^2(x_1 \times x_2) = w^2(x_1) + w^2(x_2) + w^2(x_1) \times w^2(x_2) \qquad \text{(S4.2)}$$

Используя определение относительной стандартной неопределенности измерений, легко приводим это выражение к общему соотношению

$$u^2(x_1 \times x_2) = x_2^2 u^2(x_1) + x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \qquad \text{(S4.3)}$$

Если стандартные неопределенности $u(x_1)$ и $u(x_2)$, соответствующие математическим ожиданиям x_1 и x_2, гораздо меньше, чем модули значений соответствующих математических ожиданий, то третьим членом в правой части можно пренебречь. Результирующее уравнение представляет случай, описываемый обычным методом с использованием линеаризации модельной функции.

Однако, если один из модулей значений математических ожиданий, например $|x_2|$, гораздо меньше (или даже равен нулю), чем связанная с этим математическим ожиданием стандартная неопределенность $u(x_2)$, то можно пренебречь произведением в правой части уравнения (S4.3), включающим это ожидание, но не третьим членом. В результате имеем

$$u^2(x_1 \times x_2) \cong x_1^2 u^2(x_2) + u^2(x_1) \times u^2(x_2) \qquad \text{(S4.4)}$$

Если оба модуля значений математических ожиданий гораздо меньше соответствующих им стандартных неопределенностей или даже равны нулю, то только третий член в уравнении (S4.3) дает значительный вклад:

$$u^2(x_1 \times x_2) \cong u^2(x_1) \times u^2(x_2) \qquad \text{(S4.5)}$$

S5 *КАЛИБРОВКА ТЕРМОПАРЫ ТИПА N ПРИ 1000°C*

S5.1 Термопара (термоэлектрический преобразователь) типа N калибруется путем сравнения с двумя образцовыми термопарами типа R в горизонтальной печи при температуре 1000 °C. ЭДС, возникающая в термопарах, измеряется с помощью цифрового вольтметра через селективно/реверсивный переключатель. Все термопары имеют свои свободные концы при 0 °C. Калибруемая термопара подсоединяется к реперной точке с использованием компенсационных проводов. Значения температуры даются по температурной шкале t_{90}.

S5.2 Температура t_X горячего спая термопары, которая будет калибрована,

$$\begin{aligned} t_x &= t_s(V_{iS} + \delta V_{iS1} + \delta V_{iS2} + \delta V_R - \frac{\delta t_{0S}}{C_{S0}}) + \delta t_D + \delta t_F \cong \\ &\cong t_S(V_{iS}) + C_S \times \delta V_{iS1} + C_S \times \delta V_{iS2} + C_S \times \delta V_R - \frac{C_S}{C_{S0}}\delta t_{0S} + \delta t_D + \delta t_F \end{aligned} \qquad \text{(S5.1)}$$

S5.3 Напряжение V_X на концах термопары с холодным концом, находящимся при калибровке при 0 °C, равно

$$\begin{aligned} V_X(t) &\cong V_X(t_X) + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{Xo}} = \\ &= V_{iX} + \delta V_{iX1} + \delta V_{iX2} + \delta V_R + \delta V_{LX} + \frac{\Delta t}{C_X} - \frac{\delta t_{0X}}{C_{X0}} \end{aligned} \qquad \text{(S5.2)}$$

где:

$t_S(V)$ – температура образцового термометра, выраженная через напряжение с холодным концом при 0 °C. Функция дается в сертификате калибровки;

V_{iS}, V_{iX} – показания вольтметра;

δV_{iS1}, δV_{iX1} – поправки напряжения, полученные из калибровки вольтметра;

δV_{iS2}, δV_{iX2} – поправки напряжения вследствие ограниченного разрешения вольтметра;

δV_R – поправки напряжения вследствие контактной разности потенциалов реверсивного переключателя;

δt_{0S}, δt_{0X} – температурные поправки вследствие отклонения реперной температуры от 0 °C;

C_S, C_X – чувствительность термопар к напряжению при температуре измерений 1000 °C;

C_{S0}, C_{X0} – чувствительность термопар к напряжению при реперной температуре 0 °C;

δt_D – изменение (дрейф) характеристик образцовых термометров, возникшие после их последней калибровки;

δt_F – температурные поправки вследствие неравномерности температуры в печи;

t – температура, при которой происходит калибровка термопары (точка калибровки);

$\Delta t = t - t_X$ – отклонение температуры точки калибровки от температуры печи;

δV_{LX} – поправки напряжения из-за компенсационных проводов.

S5.4 В качестве результата сообщается выходная ЭДС. термопары при температуре ее горячего спая. Так как процесс измерения состоит из двух этапов – определения температуры в печи и определения ЭДС калибруемой термопары – оценка неопределенности измерений подразделяется на две части.

S5.5 Исходные эталоны [($t_S(V)$]: Образцовые термопары снабжены сертификатами калибровки, которые связывают температуру их горячего спая при температуре холодного спая 0 °C с возникающим напряжением. Расширенная неопределенность измерений при 1000 °C равна U = 0,3 °C (коэффициент охвата k = 2).

S5.6 Калибровка вольтметра (δV_{iS1}, δV_{iX1}): Вольтметр был калиброван. Ко всем результатам применяются поправки для измеренного напряжения. Сертификат калибровки дает расширенную неопределенность измерения напряжения постоянного тока менее 50 mV в пределах U = 2,0 μV (коэффициент охвата k = 2).

S5.7 Разрешение вольтметра (δV_{iS2}, δV_{iX2}): Микровольтметр (4½ разряда) использовался в диапазоне 10 mV, с результирующими пределами разрешения в ± 0,5 μV для каждого показания.

S5.8 Паразитные напряжения (δV_R): Остаточные паразитные напряжения смещения, возникающие на контактах переключателя оцениваются равными нулю в пределах ± 2 μV.

S5.9 Реперные температуры (δt_{0S}, δt_{0X}): Температура реперной точки каждой из термопар известна и составляет 0 °C с погрешностью ± 0,1 °C.

S5.10 Чувствительность по напряжению (C_S, C_X, C_{S0}, C_{X0}): Чувствительность каждой из термопар по напряжению была взята из справочных таблиц:

	1000 °C	0 °C
образцовая термопара	C_S = 0,077 °C/μV	C_{S0} = 0,189 °C/μV
неизвестная термопара	C_X = 0,026 °C/μV	C_{S0} = 0,039 °C/μV

S5.11 Изменение (дрейф) исходного эталона (δt_D): Из предыдущих калибровок дрейф образцового эталона оценивается равным нулю в пределах ± 0,3 °C.

S5.12 Градиенты температур (δt_F): Температурные градиенты внутри печи были измерены. При 1000 °C отклонения от однородной температуры в области измерения – в пределах ± 1 °C.

S5.13 Компенсационные провода (δV_{LX}): Компенсационные провода исследовались в диапазоне от 0 °C до 40 °C. Исходя из этого, было оценено, что разница напряжений между компенсационными проводами и проводами термопары лежит в пределах ± 5 μV.

S5.14 Измерения (V_{iS}, $t_S(V_{iS})$, V_{iX}): Показания вольтметра записываются по следующей рабочей процедуре, которая дает четыре показания для каждой термопары и снижает эффекты температурного дрейфа в источнике тепла и паразитные тепловые напряжения в измерительной цепи:

цикл 1:

эталон 1, неизвестная термопара, эталон 2,

эталон 2, неизвестная термопара, эталон 1.

Изменение полярности.

цикл 2:

эталон 1, неизвестная термопара, эталон 2,

эталон 2, неизвестная термопара, эталон 1.

S5.15 Эта процедура требует, чтобы разница между двумя исходными эталонами не превышала ± 0,3 °C. Если разница не находится в этих пределах, то наблюдения следует повторить и/или исследовать причины такой большой разницы.

Термопара	Эталон 1	Неизвестный	Эталон 2
Показания вольтметра, исправленные	+10500 µV	+36245 µV	+10503 µV
	+10503 µV	+36248 µV	+10503 µV
	-10503 µV	-36248 µV	-10505 µV
	-10504 µV	-36251 µV	-10505 µV
Среднее значение напряжения	10502,5 µV	36248 µV	10504 µV
Температура горячего спая	1000,4 °C		1000,6 °C
Температура печи		1000,5 °C	

S5.16 Из четырех показаний для каждой термопары, указанных в таблице выше, вычисляется среднее значение напряжения каждой термопары. Значения напряжения образцовых термопар переводятся в значения температуры при помощи соотношений «напряжение-температура», указанных в их сертификатах калибровки. Наблюдаемые значения температур в высокой степени коррелированны (коэффициент корреляции близок к единице). Поэтому, взяв их средние значения, комбинируем их в одно-единственное наблюдение, которое представляет собой температуру печи в месте расположения калибруемой термопары. Схожим образом находится одно наблюдение для напряжения калибруемой термопары. Для оценки неопределенности измерения, соответствующую этим наблюдениям, предварительно была проведена серия наблюдений при той же рабочей температуре. Это дало суммарную оценку стандартного отклонения для температуры печи и напряжения калибруемой термопары.

Соответствующие стандартные неопределенности измерений наблюдаемых величин:

суммарная оценка стандартного отклонения: $s_p(t_S)$ = 0,10 °C

стандартная неопределенность: $u(t_S) = \frac{S_P(t_S)}{\sqrt{1}}$ = 0,10 °C

суммарная оценка стандартного отклонения: $s_p(V_{iX})$ = 1,6 µV

стандартная неопределенность: $u(V_{iX}) = \frac{S_P(V_{iX})}{\sqrt{1}}$ = 1,6 µV

S5.17 Бюджет неопределенности (температура t_X печи):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
t_S	1000,5 °C	0,10 °C	нормальное	1,0	0,10 °C
δV_{iS1}	0 µV	1,00 µV	нормальное	0,077 °C/µV	0,077 °C
δV_{iS2}	0 µV	0,29 µV	прямоугольное	0,077 °C/µV	0,022 °C
δV_R	0 µV	1,15 µV	прямоугольное	0,077 °C/µV	0,089 °C
δt_{0S}	0 °C	0,058 °C	прямоугольное	-0,407	-0,024 °C
δt_S	0 °C	0,15 °C	нормальное	1,0	0,15 °C
δt_D	0 °C	0,173 °C	прямоугольное	1,0	0,173 °C
δt_F	0 °C	0,577 °C	прямоугольное	1,0	0,577 °C
t_X	1000,5 °C	. .	. .	. .	0,641 °C

S5.18 Бюджет неопределенности (ЭДС V_X калибруемой термопары):

Стандартная неопределенность измерения, связанная с отклонением температуры точки калибровки от температуры печи является стандартной неопределенностью измерения, связанной с температурой печи, так как температурная точка является определенной величиной (в точности известной).

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределен-ность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствитель-ности c_i	вклад в неопределен-ность $u_i(y)$
V_{iX}	36 248 µV	1,60 µV	нормальное	1,0	1,60 µV
δV_{iX1}	0 µV	1,00 µV	нормальное	1,0	1,00 µV
δV_{iX2}	0 µV	0,29 µV	прямоугольное	1,0	0,29 µV
δV_R	0 µV	1,15 µV	прямоугольное	1,0	1,15 µV
δV_{LX}	0 µV	2,9 µV	прямоугольное	1,0	2,9 µV
δt	0,5 °C	0,641 °C	нормальное	38,5 µV/°C	24,5 µV
δt_{0X}	0 °C	0,058 °C	прямоугольное	-25,6 µV/°C	-1,48 µV
V_X	36 229 µV				25,0 µV

S5.19 Расширенные неопределенности

Расширенная неопределенность, связанная с измерением температуры печи, равна

$$U = k \times u(tX) = 2 \times 0{,}641\ °C \cong 1{,}3\ °C$$

Расширенная неопределенность, связанная со значением ЭДС калибруемой термопары, равна

$$U = k \times u(VX) = 2 \times 25{,}0\ \mu V \cong 50\ \mu V$$

S5.20 Подтвержденный результат

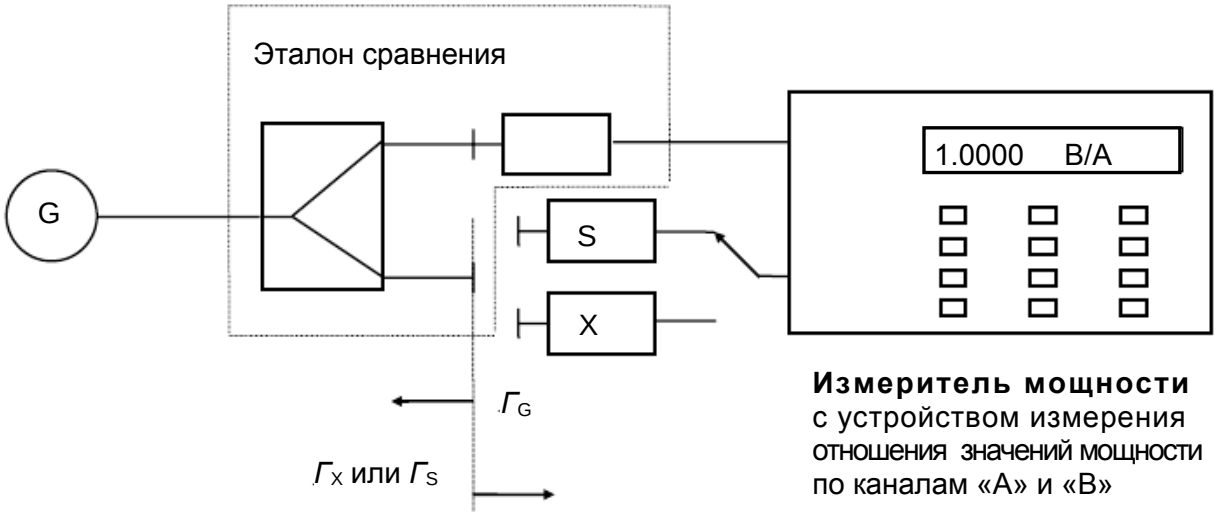
Термопара типа N при температуре 1000,0 °C (при температуре холодного спая 0 °C) имеет ЭДС, равную (36 230 ± 50) µV.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятности охвата приблизительно 95 %.

S6 *КАЛИБРОВКА ДАТЧИКА МОЩНОСТИ ПРИ ЧАСТОТЕ 18 GHZ*

S6.1 Измерения включают калибровку неизвестного датчика мощности по отношению к калиброванному датчику мощности, используемому в качестве образцового, по схеме замещения на стабильном эталоне сравнения с известным малым коэффициентом отражения. Проводятся измерения коэффициента преобразования, который определяется как отношение мощности падающей волны при опорной частоте 50 MHz к мощности падающей волны при частоте калибровки, при условии, что обе падающие волны дают равный отклик датчика мощности. При каждой частоте определяется отношение (показаний) мощности для калибруемого датчика, соответственно для образцового датчика и для внутреннего датчика, являющегося частью эталона сравнения, при этом используется двухканальный измеритель мощности с устройством измерения отношений.

S6.2 Схема измерительной системы



S6.3 Величина *K* (*коэффициент преобразования* – примечание переводчика), называемая некоторыми производителями «калибровочный коэффициент» определяется как:

$$K = \frac{P_{ir}}{P_{ic}} = \frac{(1+|\Gamma_r|^2)P_{Ar}}{(1+|\Gamma_c|^2)P_{Ac}} \qquad \text{(S6.1)}$$

для равных показаний измерителя мощности

где:

$P_{|r}$ – мощность падающей волны при опорной частоте (50 MHz),

$P_{|c}$ – мощность падающей волны при частоте калибровки,

Γ_r – коэффициент отражения напряжения датчика при опорной частоте,

Γ_c – коэффициент отражения напряжения датчика при частоте калибровки

P_{Ar} – мощность, поглощенная датчиком при опорной частоте

P_{Ac} – мощность, поглощенная датчиком при частоте калибровки

S6.4 Калибровочный коэффициент неизвестного датчика определен из соотношения

$$K_X = (K_S + \delta K_0)\frac{M_{Sr}M_{Xc}}{M_{Sc}M_{Xr}}P_{Cr}P_{Cc}p \qquad \text{(S6.2)}$$

где:

K_S – калибровочный коэффициент образцового датчика мощности;

δK_D – изменение калибровочного коэффициента образцового датчика мощности после последней калибровки вследствие дрейфа;

M_{Sr} – коэффициент рассогласования образцового датчика при опорной частоте;

M_{Sc} – коэффициент рассогласования образцового датчика при частоте калибровки;

M_{Xr} – коэффициент рассогласования калибруемого датчика при опорной частоте

M_{Xc} – коэффициент рассогласования калибруемого датчика при частоте калибровки

p_{Cr} – поправка наблюдаемого отношения на нелинейность и ограниченное разрешение измерителя мощности при уровне отношения мощности опорной частоты;

p_{Cc} – поправка наблюдаемого отношения на нелинейность и ограниченное разрешение измерителя мощности при уровне отношения мощности частоты калибровки;

$p = \frac{P_{Sr}P_{Xc}}{P_{Sc}P_{Xr}}$ – наблюдаемое отношение отношений мощностей, полученное из:

p_{Sr} – наблюдаемое отношение мощности для образцового датчика при опорной частоте;

p_{Sc} – наблюдаемое отношение мощности для образцового датчика при частоте калибровки;

p_{Xr} – наблюдаемое отношение мощности для калибруемого датчика при опорной частоте;

p_{Xc} – наблюдаемое отношение мощности для калибруемого датчика при частоте калибровки;

S6.5 Образцовый датчик (K_S): Образцовый датчик был калиброван за шесть месяцев до калибровки неизвестного датчика мощности. Значение калибровочного коэффициента, указанное в сертификате калибровки, составляет (95,7±1,1) % (коэффициент охвата k = 2). Значение K_S можно также записать в виде 0,957±0,011.

S6.6 Изменение (дрейф) эталона (δK_D): Дрейф калибровочного коэффициента исходного эталона оценивается из ежегодных калибровок как -0,002 в год с отклонением в пределах ± 0,004. Исходя из этих значений, дрейф образцового датчика, калиброванного полгода назад, оценивается равным -0,001 с отклонениями в пределах ± 0,002.

S6.7 Линейность и разрешение измерителя мощности (p_{Cr}, p_{Cc}): Для показаний измерителя мощности устанавливается расширенная неопределенность 0,002 (коэффициент охвата k = 2) при уровне отношения мощности опорной частоты и 0,0002 (коэффициент охвата k = 2) при уровне отношения мощности частоты калибровки вследствие нелинейности используемого измерителя мощности. Эти величины были получены из предыдущих измерений. Так как один и тот же измеритель мощности используется для наблюдения как p_S, так и p_X, вклады в погрешность при опорной частоте и частоте калибровки коррелированны. Поскольку рассматриваются отношения мощностей при обеих частотах, эффект корреляции должен уменьшить неопределенность. Таким образом, только относительная разница в показаниях,

возникающая из-за систематических эффектов, должна приниматься во внимание (см. математическое примечание к параграфу S3.12), что приводит к стандартной неопределенности в 0,00142, соответствующей поправочному коэффициенту p_{Cr}, и в 0,000142 – для поправочного коэффициента p_{Cc}.

Расширенная неопределенность измерения, установленная для показаний измерителя мощности, включает в себя эффекты линейности и разрешения. Линейные эффекты коррелированны, тогда как эффекты, связанные с разрешением, некоррелированны. Как показано в S3.12, построение отношения величин не учитывает влияние корреляции и дает заниженную стандартную неопределенность измерения, связанную с этим отношением. Однако, в вычислениях, представленных выше, отдельные коррелированные и некоррелированные вклады неизвестны, а указанные значения представляют собой верхние границы стандартной неопределенности измерений, связанной с отношениями. Баланс неопределенности в итоге показывает, что вклады, возникающие от этих отношений, незначительны, т.е. эти приближения оправданы.

S6.8 Коэффициенты рассогласования (M_{Sr}, M_{Sc}, M_{Xr} M_{Xc}): Так как система эталона сравнения не полностью согласована, и фаза коэффициентов отражения эталона сравнения, неизвестного и образцового датчиков мощности неизвестны, то существует вклад в неопределенность, вызванный рассогласованием каждого датчика при опорной частоте и частоте калибровки. Соответствующие пределы отклонения должны вычисляться для опорной частоты и частоты калибровки из соотношения:

$$M_{S,X} = 1 \pm 2\left|\Gamma_G\right\|\Gamma_{S,X}\left| \qquad \text{(S6.3)}$$

где абсолютные значения коэффициентов отражения эталона сравнения, образцового датчика и калибруемого датчика указаны ниже:

	50 MHz	18 GHz
$\left\|\Gamma_G\right\|$	0,02	0,07
	0,02	0,10
$\left\|\Gamma_X\right\|$	0,02	0,12

Вероятностное распределение отдельных вкладов является U-образным. Это учитывается тем, что при вычислении дисперсии через квадрат полуширины установленных границ коэффициент 1/3 в выражении для прямоугольного распределения заменяется коэффициентом 1/2 для действительного распределения U-формы. Поэтому стандартная неопределенность, вызванная рассогласованием, находится из:

$$u(M_{S,X}) = \frac{2\left|\Gamma_G\right\|\Gamma_S\left|}{\sqrt{2}} \qquad \text{(S6.4)}$$

Примечание: Значения коэффициентов отражения являются результатами измерений, которые сами обладают неопределенностью. Это принимается во внимание суммированием квадратного корня из суммы квадратов неопределенностей измерений и квадратов измеренных значений.

S6.9 Корреляция: Принимается, что ни одна из входных величин не коррелированна с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S6.10 Измерения (p): Снимаются три отдельных показания, предусматривающие отключение и повторное подключение к эталону сравнения, как образцового датчика, так и калибруемого, с целью учета воспроизводимости соединителя. Показания измерителя мощности, использованные при расчете наблюдаемого отношения мощностей p, следующие:

Номер наблюдения	p_{Sr}	p_{Sc}	p_{Xr}	p_{Xc}	p
1	1,0001	0,9924	1,0001	0,9698	0,9772
2	1,0000	0,9942	1,0000	0,9615	0,9671
3	0,9999	0,9953	1,0001	0,9792	0,9836

среднее арифметическое: $\bar{p} = 0{,}9760$

выборочное стандартное отклонение: $s(p) = 0{,}0083$

стандартная погрешность: $u(p) = s(\bar{p}) = \frac{0{,}0083}{\sqrt{3}} = 0{,}0048$

S6.11 Бюджет неопределенности (K_X):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
K_S	0,957	0,0055	нормальное	0,976	0,00537
δK_D	-0,001	0,0012	прямоугольное	0,976	0,00113
M_{Sr}	1,000	0,0006	U-образное	0,933	0,00053
M_{Sc}	1,000	0,0099	U-образное	-0,933	0,00924
M_{Xr}	1,000	0,0006	U-образное	-0,933	-0,00053
M_{Xc}	1,000	0,0119	U-образное	0,933	0,01110
p_{Cr}	1,000	0,0014	нормальное	0,933	0,00132
p_{Cc}	1,000	0,0001	нормальное	0,933	0,00013
p	0,976	0,0048	нормальное	0,956	0,00459
K_X	0,933				0,01623

S6.12 Расширенная неопределенность:

$$U = k \times u(K_X) = 2 \times 0{,}01623 \approx 0{,}032$$

S6.13 Подтвержденный результат:

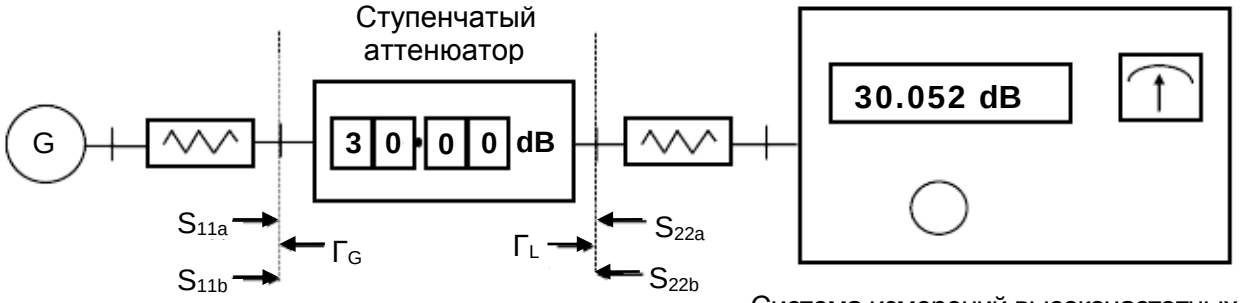
Калибровочный коэффициент датчика мощности при 18 GHz равен 0,933 ±0,032, что может быть также выражено в следующем виде - (93,3±3,2) %.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятностью охвата приблизительно 95 %.

S7 *КАЛИБРОВКА КОАКСИАЛЬНОГО СТУПЕНЧАТОГО АТТЕНЮАТОРА ДЛЯ ОСЛАБЛЕНИЯ 30 dB (ПРИРАЩЕНИЕ ОСЛАБЛЕНИЯ)*

S7.1 Измерения включают в себя калибровку коаксиального ступенчатого аттенюатора при 10 GHz с использованием системы для измерения ослабления, включающей в себя калиброванный ступенчатый аттенюатор в качестве эталона ослабления. Метод измерения заключается в определение ослабления между согласованным источником и согласованной нагрузкой. В этом случае неизвестный аттенюатор переключается между установками 0 dB и 30 dB, и это изменение (называемое приращением ослабления) измеряется в процессе калибровки. Прибор для измерения ослаблений имеет цифровой дисплей для снятия показаний и аналоговый нуль-индикатор, используемый для установления состояния равновесия.

S7.2 Схема измерительной системы



Система измерений высокочастотных затуханий

S7.3 Ослабление L_X калибруемого аттенюатора находят из соотношения:

$$L_X = L_S + \delta L_S + \delta L_D + \delta L_M + \delta L_K + \delta L_{ib} - \delta L_{ia} + \delta L_{0b} - \delta L_{0a} \qquad \text{(S7.1)}$$

где:

$L_S = L_{ib} - L_{ia}$ – разница ослабления образцового аттенюатора, полученная из:

L_{ia} – показания при установке калибруемого аттенюатора на 0 dB;

L_{ib} – показания при установке калибруемого аттенюатора на 30 dB;

δL_S – поправка, взятая из сертификата калибровки образцового аттенюатора;

δL_D – изменения в ослаблении образцового аттенюатора после его последней калибровки, связанные с дрейфом;

δL_M – поправки из-за потерь рассогласования;

δL_K – поправка на утечку сигнала между входом и выходом калибруемого аттенюатора из-за несовершенной изоляции;

δL_{ia}, δL_{ib} – поправки из-за ограниченной разрешающей способности образцового детектора при установках 0 dB и 30 dB;

δL_{0a}, δL_{0b} – поправки из-за ограниченной разрешающей способности нуль-индикатора при установках 0 dB и 30 dB.

S7.4 **Образцовый аттенюатор (δL_S):** Сертификат калибровки образцового аттенюатора дает значение ослабления 30,003 dB при установке 30,000 dB на 10 GHz с расширенной неопределенностью 0,005 dB (коэффициент охвата k = 2). Поправка в +0,003 dB с соответствующей расширенной неопределенностью 0,005 dB (коэффициент охвата k = 2) принимается обоснованной для настройки ослабления образцового аттенюатора, который отличается не более чем на ±0,1 dB от калиброванной настройки 30,000 dB.

S7.5 **Дрейф эталона (δL_D):** Дрейф ослабления образцового аттенюатора, исходя из предыдущих калибровок, принимается равным нулю в пределах ±0,002 дБ.

S7.6 **Потери из-за рассогласования (δL_M):** Коэффициенты отражения источника и нагрузки в точке контакта с калибруемым аттенюатором были оптимизированы подходящим импедансом наименьшего из возможных значений. Их величины и величины коэффициентов рассеяния калибруемого аттенюатора были измерены, но их фазы остаются неизвестными. Без информации относительно фаз коррекция ошибки рассогласования не может быть проведена, но стандартная неопределенность (в децибелах), связанная с неполным знанием о согласовании, оценивается из соотношения [1]:

$$u(\delta L_M) = \frac{8{,}686}{\sqrt{2}} \sqrt{|\Gamma_S|^2 (|s_{11a}|^2 + |s_{11b}|^2) + |\Gamma_L|^2 (|s_{22a}|^2 + |s_{22b}|^2) + |\Gamma_S|^2 \times |\Gamma_L|^2 (|s_{21a}|^2 + |s_{21b}|^2)}$$

. (S7.2)

□

с коэффициентами отражения источника и нагрузки

$$\Gamma_L = 0{,}03 \text{ и } \Gamma_S = 0{,}03$$

и коэффициентами рассеяния калибруемого аттенюатора при 10 GHz

	0 dB	30 dB
s_{11}	0,05	0,09
s_{22}	0,01	0,01
s_{21}	0,95	0,031

что дает стандартную неопределенность измерения $u(\delta L_M)$ = 0,02 dB.

Примечание: Значения коэффициентов рассеяния и отражения сами по себе являются результатами измерения, которые точно не известны. С учетом этого добавляется квадратный корень из суммы квадратов неопределенности измерений и квадратов измеренных значений.

S7.7 **Поправка на утечку (δL_K)**: Утечка сигналов через калибруемый аттенюатор была оценена из измерений при установке 0 dB по крайней мере на 100 dB меньше измерительного сигнала. Поправка из-за утечки сигналов при установке 30 dB оценивается из этих данных в пределах ± 0,003 dB.

S7.8 **Разрешение установки образцового аттенюатора (δL_{ia}, δL_{ib}):** Цифровой индикатор образцового аттенюатора имеет разрешение в 0,001 dB, откуда поправка на разрешающую способность лежит в пределах ±0,0005 dB.

S7.9 **Разрешение нуль-индикатора (δL_{0a}, δL_{0b}):** Разрешение нуль-индикатора было определено из предыдущих оценок, со стандартным отклонением 0,002 dB при каждом отсчете, при этом принимается нормальное распределение вероятностей.

S7.10 Корреляция: Принимается, что ни одна из входных величин не коррелированна с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S7.11 Измерения (L_S): Проводилось четыре наблюдения приращениями ослабления калибруемого аттенюатора между установками 0 dB и 30 dB:

Номер наблюдения	**Наблюдаемое значение при:**	
	установка 0 dB	установка 30 dB
1	0,000 dB	30,033 dB
2	0,000 dB	30,058 dB
3	0,000 dB	30,018 dB
4	0,000 dB	30,052 dB

среднее арифметическое: $\overline{L_S}$ = 30,040 dB

выборочное стандартное отклонение: $s(L_S)$ = 0,018 dB

стандартная неопределенность: $u(L_S) = s(\overline{L_S}) = \frac{0{,}018\ \text{dB}}{\sqrt{4}}$ = 0,009 dB

S7.12 Баланс неопределенности (L_X):

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
L_S	30,040 dB	0,0090 dB	нормальное	1,0	0,0090 dB
δL_S	0,003 dB	0,0025 dB	прямоугольное	1,0	0,0025 dB
δL_D	0 dB	0,0011 dB	U-образное	1,0	0,0011 dB
δL_M	0 dB	0,0200 dB	U-образное	1,0	0,0200 dB
δL_K	0 dB	0,0017 dB	U-образное	1,0	0,0017 dB
δL_{ia}	0 dB	0,0003 dB	U-образное	-1,0	-0,0003 dB
δL_{ib}	0 dB	0,0003 dB	прямоугольное	1,0	0,0019 dB
δL_{0a}	0 dB	0,0020 dB	прямоугольное	-1,0	0,0020 dB
δL_{0b}	0 dB	0,0020 dB	нормальное	1,0	-0,0020 dB
L_X	30,043 dB				0,0224 dB

S7.13 Расширенная неопределенность:

$U = k \times u(L_X)$ = 2 × 0,0224 dB □ 0,045 dB

S7.14 Подтвержденный результат:

Измеренное значение ступенчатого аттенюатора при установке 30 dB на 10 GHz составило (30,043 ±0,045) dB.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 2, для нормального распределения соответствующий вероятностью охвата приблизительно 95 %.

S7.15 Библиографическая ссылка

[1] Harris, I. A. ; Warner, F. L. : *Re-examination of mismatch uncertainty when measuring microwave power and attenuation*. In: IEE Proc., Vol. 128, Pt. H, No. 1, Febr. 1981 (*Харрис И.А., Варнер Ф.Л.: Повторное исследование неопределенности рассогласования при измерении мощности и ослабления микроволн*)

ДОПОЛНЕНИЕ 2

Примеры

СОДЕРЖАНИЕ

S8 ВВЕДЕНИЕ…….…….. 51

S9 КАЛИБРОВКА ПЕРЕНОСНОГО ЦИФРОВОГО МУЛЬТИМЕТРА НА 100 V ПОСТОЯННОГО ТОКА……..…… 55

S10 КАЛИБРОВКА ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ С НОНИУСОМ……... 59

S11 КАЛИБРОВКА СУХОБЛОЧНОГО КАЛИБРАТОРА ТЕМПЕРАТУР НА ТЕМПЕРАТУРУ 180 °C ……..….. 63

S12 КАЛИБРОВКА БЫТОВОГО СЧЕТЧИКА ХОЛОДНОЙ ВОДЫ …….. 67

S13 КАЛИБРОВКА КОЛЬЦЕВОГО КАЛИБРА С НОМИНАЛЬНЫМ ДИАМЕТРОМ 90 mm.…… 71

S8 *ВВЕДЕНИЕ*

S8.1 Следующие примеры были выбраны для последующей демонстрации метода оценки неопределенности измерений. Они дополняют примеры, представленные в Дополнении 1 к EAL-R2 (издание 1, ноябрь 1997). Представленный сборник примеров делает акцент на ситуациях, когда имеется один или два доминирующих члена в сумме вкладов в неопределенность, либо когда число повторных измерений мало.

S8.2 Выбранные примеры иллюстрируют ситуации, встречающиеся на практике. Однако, следует подчеркнуть, что в практических приложениях нет необходимости проводить математические расчеты, представленные в этих примерах, в частности, математические примечания, прилагаемые к некоторым примерам. Напротив, пользователю рекомендуется применять результаты теоретических выкладок после того, как он ознакомился с условиями, которые при этом должны выполняться. Например, если есть уверенность, что результат измерения в данной ситуации имеет прямоугольное распределение (как будет в случае, если имеется только один вклад с прямоугольным распределением, рассматриваемый в накоплении неопределенности), то можно немедленно сделать заключение, что коэффициент охвата, который следует использовать для получения вероятности охвата 95 %, равен k = 1,65 (см. S9.14).

S8.3 Из распространения неопределенности можно сделать одно общее заключение: в случае, если имеется только один доминирующий вклад, то тип распределения для этого вклада распространяется и на результат измерения. Тем не менее, для оценки неопределенности результата измерений, необходимо в обычном порядке применить подходящий коэффициент чувствительности.

S8.4 Следует добавить, что ситуации только с одним или немногими доминирующими вкладами в неопределенность измерений часто встречается в связи с менее сложными средствами измерений, для которых доминантный вклад связан с ограниченной чувствительностью прибора. Таким образом, может возникнуть парадоксальная ситуация, когда подход к неопределенности измерений для менее сложных приборов, как показано в примерах настоящего Дополнения, более сложен, чем подход, изложенный в простых примерах Дополнения 1. Однако, следует помнить, что математические выкладки, выглядящие усложнениями, включены с общеобразовательной целью в местах, где они необходимо, вместо изложения их в тексте основного документа.

S8.5 Примеры основаны на проектах, подготовленных Экспертными Группами EA. Эти проекты были упрощены и гармонизированы с целью сделать их более понятными для персонала лабораторий в различных областях калибровки. Таким образом, предполагается, что этот набор примеров, подобно предыдущему сборнику, опубликованному как Дополнение 1 к EAL-R2, внесет свой вклад в лучшее понимание деталей использования модели оценки и гармонизации процесса оценки неопределенности измерений, независимо от области калибровки.

S8.6 Вклады и значения, указанные в примерах, не являются требованиями для обязательного исполнения или предпочтения. Лаборатории должны определить вклады в неопределенность на основе модельной функции, используемой ими при проведении конкретной калибровки, и указывать оцененную неопределенность измерений в выдаваемых ими сертификатах калибровки.

S8.7 Изложение примеров следует схеме, представленной в первом дополнении к EAL-R2. Более подробно см. пункт S1.4 предыдущего документа.

S8.8 Анализ неопределенности в примерах предназначен для изложения основ конкретного измерительного процесса и метода нахождения результата измерений и соответствующей неопределенности. Чтобы сохранить ясность изложения для тех, кто не является экспертом в соответствующей области метрологии, сформирован унифицированный подход для выбора символов величин, относящихся больше к физическим аспектам, чем к общепринятой практике в различных областях.

S8.9 Во всех случаях присутствует некоторое число постоянно повторяющихся величин. Одна из них – измеряемая величина, т.е. величина, которую необходимо измерить, другая – величина, представленная рабочим эталоном, который воспроизводит некую локальных единицу, с которой сравнивается значение измеряемой величины. Помимо этих двух величин, во всех случаях существует несколько других, которые играют роль дополнительных локальных величин или поправок.

S8.10 Поправки описывают несоответствия между измеряемой величиной и результатом измерения. Некоторые поправки даются как завершенный результат измерений, т.е. в виде измеренного значения и соответствующей неопределенности измерений. Для других из более или менее полного знания их природы вносятся распределения значений. В большинстве случаев это приводит к оценке пределов для неизвестных отклонений.

S8.11 В определенных случаях величина, представленная рабочим эталоном, характеризуется номинальным значением эталона. Поэтому номинальные значения, которые, вообще говоря, характеризуют или идентифицируют объекты калибровки, зачастую входят в анализ неопределенности.

S8.12 Чтобы различать математические модели оценки разных концепций, примеры были разработаны таким образом, чтобы следовать указанным ниже правилам обозначений. Однако, очевидно, что невозможно в полной мере следовать таким правилам, поскольку практика использования различных символов различна в различных областях метрологии.

S8.13 Применяемые здесь обозначения, различаются в зависимости от главных значений, номинальных значений, значений поправок и значений пределов:

Главные значения – измеряемые или наблюдаемые значения, которые составляют существенную часть значения измеряемой величины. Они представлены строчными символами курсивом; в случае, когда они обозначают разницу, перед ними будет стоять прописная греческая буква «дельта».

ПРИМЕР:

t_{iX} - температура, показываемая калибруемым термометром X (индекс «I» означает «индикация»),

Δl - наблюдаемое различие в смещении измерительного шпинделя

Номинальные значения представляют собой приписанные значения реализации величины эталоном или средством измерения. Они являются приблизительными значениями, которые составляют главную часть реализуемой величины. Они представлены прописными буквами курсивом.

ПРИМЕР:

L - номинальная длина калибруемых концевых мер.

Значения поправок представляют небольшие отклонения от главных значений, которые либо известны, либо их необходимо оценить. В большинстве случаев это слагаемые. Они обозначаются символом, выбранным для рассматриваемой величины, перед которым стоит строчная греческая «дельта».

ПРИМЕР:

δm_D - возможное отклонение из-за дрейфа значения образцовой гири после ее последней калибровки

δm_C - поправка на эксцентриситет нагрузки и магнитные эффекты при калибровке гири.

Значения пределов являются фиксированными, характеризующими область, в которой могут находиться неизвестные значения величины. Они обозначаются через символы, выбранные для рассматриваемых величин, перед которыми ставится прописная греческая буква «дельта».

ПРИМЕР:

$\Delta\alpha_X$ - предполагаемая полуширина интервала возможных отклонений линейного температурного коэффициента сопротивления, указанная в спецификациях производителя для калибруемого резистора.

Различия между разными величинами одного вида указываются индексами, как показано в примерах. В соответствии с международно принятым правилом обозначения физических величин: индексы, представляющие физические величины, даны наклонным шрифтом, тогда как индексы, указывающие на влияния, приборы и т.д., даны прямым шрифтом.

S8.14 Установленные исходные значения даны в виде символа величины с нулевым индексом.

ПРИМЕР:

p_0 - эталонное давление, например, в 1000 mbar.

S8.15 Отношения величин одного и того же вида (безразмерные отношения) обозначаются строчными буквами курсивом.

ПРИМЕР:

$r = R_{iX}/R_{iN}$ - отношение индицированных значений сопротивления неизвестного и образцового резисторов (индекс «I» означает «индикация»).

S8.16 Если используется несколько индексов, то их последовательность выбирается таким образом, чтобы индекс, представляющий наиболее общее понятие стоял слева, а наиболее специфичное понятие – справа.

ПРИМЕР:

V_{i1}, V_{i2} - напряжение, показываемое вольтметрами «1» и «2», соответственно (индекс «i» обозначает показание - индикация).

S8.17 Примеры во втором дополнении к EAL-R2 иллюстрируют различные аспекты, встречающиеся в связи с калибровкой средств измерений. Примеры также можно найти в Руководящих документах EAL и EA [1], в которых описана калибровка конкретных типов средств измерений.

---

[1] EAL-G26, Calibration of pressure balances (*Калибровка грузопоршневых манометров*)
EAL-G31, Calibration of thermocouples (*Калибровка термопар*)
EAL-G32, Measurement and generation of small ac voltages with inductive voltage dividers (*Измерение и воспроизведение малых напряжений переменного тока с индуктивными делителями напряжения*)
EA-10/10, EA Guidelines on the Determination of Pitch Diameter of Parallel Thread gauges by Mechanical Probing (*Руководство EA по определению диаметра делительной окружности цилиндрической резьбы калибра при механическом исследовании*)

S9 *КАЛИБРОВКА ПЕРЕНОСНОГО ЦИФРОВОГО МУЛЬТИМЕТРА НА 100 V ПОСТОЯННОГО ТОКА*

Как часть общей калибровки, переносной цифровой мультиметр (ЦММ) калибруется при подаче на вход 100 V постоянного тока с использованием многофункционального калибратора в качестве рабочего эталона. Применяется следующая процедура измерений:

(1) Выходные зажимы калибратора присоединяется к входным зажимам ЦММ с использованием соответствующих измерительных проводов.

(2) Калибратор устанавливается на 100 V и, после нужного периода стабилизации, считываются показания ЦММ.

(3) Вычисляется ошибка в показаниях цифрового мультиметра с использованием показаний ЦММ и параметров настройки калибратора.

S9.2 Следует отметить, что ошибка в показаниях ЦММ, полученная по этой процедуре измерений, включает эффекты сдвига нуля, равно как и отклонения от линейности.

S9.3 Ошибка в показаниях калибруемого ЦММ E_X состоит из

$$E_X = V_{iX} - V_S + \delta V_{iX} - \delta V_S \qquad \text{(S9.1)}$$

where

V_{iX} - напряжение, показываемое ЦММ (индекс «I» означает «индикация»),

V_S - напряжение, воспроизводимое калибратором,

δV_{iX} - поправка к показанному напряжению из-за конечного разрешения ЦММ,

δV_S - поправка к напряжению калибратора из-за:

1) дрейфа со времени последней калибровки,
2) отклонений в результате комбинированного эффекта сдвига нуля, нелинейности и разницы в усилении,
3) отклонений, вызванных окружающей температурой,
4) отклонений в сети питания,
5) эффектов нагрузки в результате конечного входного сопротивления калибруемого ЦММ.

S9.4 Из-за ограниченного разрешения показаний ЦММ разброс в показаниях не наблюдался.

S9.5 Показания ЦММ (V_{iX})
ЦММ показывает напряжение 100,1 V при установлении на калибраторе 100 V. Показания ЦММ принимаются как точные (см. S9.4).

S9.6 Рабочий эталон (V_S)
В сертификате калибровки на многофункциональный калибратор указано, что воспроизводимое напряжение равно значению, отображаемому при настройке калибратора, и что связанная с ним относительная расширенная неопределенность измерения составляет W = 0,00002 (коэффициент охвата k = 2), что дает при установке 100 V расширенную неопределенность измерения U = 0,002 V (коэффициент охвата k = 2).

S9.7 Разрешающая способность калибруемого ЦММ (δV_{iX})
Наименьший разряд дисплея ЦММ соответствует 0,1 V. Каждое показание ЦММ имеет поправку из-за конечного разрешения дисплея, оцениваемую как 0,0 V с пределами ± 0.05 V (т.е. половина значения наименьшего разряда).

S9.8 Другие поправки (δV_S)

Из-за того, что индивидуальные данные недоступны, неопределенность измерений, связанную с различными источниками, получают из характеристик точности, указанных производителем калибратора. В этих характеристиках указано, что напряжение, воспроизводимое калибратором, соответствует установленному на калибраторе значению в пределах ±(0,0001×V_S +1 mV) [2] при следующих условиях измерения:

(1) температура окружающей среды находится в диапазоне от 18 °C до 23 °C

(2) напряжение сети питания калибратора находится в диапазоне от 210 V до 250 V,

(3) сопротивление нагрузка на зажимах калибратора превышает 100 kΩ,

(4) калибратор подвергался калибровке в течение последнего года.

Учитывая что эти условия измерений соблюдены, а история калибровок показывает, что на спецификации производителя можно положиться, то поправка для воспроизводимого напряжения принимается равной 0,0 V в пределах ± 0,011 V.

S9.9 Корреляция

Принимается, что ни одна из входных величин не коррелированна с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S9.10 Бюджет неопределенности (E_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
V_{iX}	100,1 V	–	–	–	–
V_S	100,0 V	0,001 V	нормальное	-1,0	-0,001 V
δV_{iX}	0,0 V	0,029 V	прямоугольное	1,0	0,029 V
δV_S	0,0 V	0,0064 V	прямоугольное	-1,0	-0,0064 V
E_X	0,1 V				0,030 V

S9.11 Расширенная неопределенность

В стандартной неопределенности измерений, связанной с результатом, доминирует вклад эффекта конечного разрешения ЦММ. Итоговое распределение не является нормальным, а практически прямоугольным. Поэтому метод эффективных степеней свободы, описанный в Приложении E документа EAL-R2, неприменим. Коэффициент охвата, соответствующий прямоугольному распределению, вычисляется из соотношения, описанного уравнением (S9.8) математического примечания S9.14.

$$U = k \cdot u(E_X) = 1{,}65 \cdot 0{,}030 \text{ V} \cong 0{,}05 \text{ V}$$

S9.12 Подтвержденный результат

Измеренное отклонение показаний переносного цифрового вольтметра на 100 V составляет (0,10 ± 0,05) V.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 1,65 соответствующий для предполагаемого прямоугольного распределения вероятностью охвата 95 %.

---

[2] Широко распространенный метод представления характеристик точности средств измерений в перечне технических данных или в руководстве по применению состоит в указании допускаемых пределов в терминах от «установленного параметра». Для калибратора эти данные были бы ± (0,01 %·от установленного + 1 mV). Даже если такой метод рассматривается эквивалентным по сравнению с указанными выше данными, здесь он не применяется, так как в большинстве случаев может ввести в заблуждение, поскольку не представляет выражение физических величин в соответствии с признанной на международном уровне системой обозначений.

S9.13 Дополнительное замечание

Метод, используемый при вычислениях коэффициента охвата, четко связан с фактом доминирующего вклада в неопределенность измерений, соответствующую результату, эффекта конечного разрешения ЦММ. Это будет справедливо при калибровке всех приборов, имеющих ограниченную разрешающую способностью показаний, при условии, что разрешение является единственным доминирующим источником в балансе неопределенности.

S9.14 Математическое примечание

Если ситуация при измерениях такова, что один из вкладов в бюджет неопределенности может быть идентифицирован как доминирующий, например, с индексом 1, то стандартная неопределенность, связанная с результатом измерений *y*, может быть записана как

$$u(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_R^2(y)}. \qquad \text{(S9.2)}$$

Здесь

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=2}^{N} u_i^2(y)} \qquad \text{(S9.3)}$$

означает общий вклад в неопределенность не доминирующих членов. Пока отношение общего вклада в неопределенность $u_R(y)$ не доминирующих членов к доминирующему вкладу в неопределенность $u_1(y)$ не превышает 0,3, уравнение (S9.2) выглядит как (с точностью до членов второго порядка)

$$u(y) \cong u_1(y) \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{u_R(y)}{u_1(y)} \right)^2 \right] \qquad \text{(S9.4)}$$

Относительная погрешность приближения меньше, чем 1×10^{-3}. Максимальное относительное изменение в стандартной неопределенности из-за члена в скобках в уравнении (S9.4) не более 5 %. Это значение находится в пределах приемлемого допуска математического округления значений неопределенности.

Согласно этим предположениям распределение значений, которые могли бы быть разумно приписаны измеряемой величине, практически идентично распределению известного доминирующего вклада. Вероятность охвата *p* может быть определена из плотности распределения $\varphi(y)$ для любого значения расширенной неопределенности измерений *U* с помощью интегрального соотношения:

$$p(U) = \int_{y-U}^{y+U} \varphi(y')dy'. \qquad \text{(S9.5)}$$

Инвертирование этого отношения для данной вероятности охвата приводит к отношению между расширенной неопределенностью измерения и вероятностью охвата $U = U(p)$ для данной плотности распределения $\varphi(y)$. Используя это отношение, коэффициент охвата может быть в итоге выражен как

$$k(p) = \frac{U(p)}{u(y)} \qquad \text{(S9.6)}$$

В случае переносного цифрового вольтметра доминирующим вкладом в неопределенность, возникающим из-за конечного разрешения показаний, является $u_{\delta VX}(E_X) = 0{,}029$ V, тогда как общий вклад в неопределенность всех не доминирующих членов равен $u_R(E_X) = 0{,}0064$ V. Тогда отношение $u_R(E_X)/u_{\delta VX}(E_X) = 0{,}22$. Таким образом, результирующее распределение значений, которые могут быть характеризованы как ошибки индикации, практически прямоугольное. Вероятность охвата для прямоугольного распределения линейно соотносится с расширенной неопределенностью измерений (a – полуширина прямоугольного распределения)

$$p = \frac{U}{a} \quad . \qquad \text{(S9.7)}$$

Решая это уравнение относительно расширенной неопределенности измерений U, и подставляя результат в выражение (3.8) документа EAL-R2 для стандартной неопределенности измерений, соответствующей прямоугольному распределению, окончательно имеем

$$k(p) = p\sqrt{3} \qquad \text{(S9.8)}$$

Таким образом, для вероятности охвата $p = 95$ %, применимой в EA, соответствующий коэффициент охвата $k = 1{,}65$.

S10 *КАЛИБРОВКА ШТАНГЕНЦИРКУЛЯ С НОНИУСОМ*

S10.1 Стальной штангенциркуль с нониусом калибруется с применением стальных концевых мер длины класса I, используемых в качестве рабочих эталонов. Диапазон измерений штангенциркуля составляет 150 mm. Интервал отсчета штангенциркуля составляет 0,05 mm (деление основной шкалы равно 1 мм, и деление нониусной шкалы 1/20 mm). При калибровке используется несколько концевых мер номинальной длины от 0,5 до 150 mm. Они подбираются таким образом, чтобы точки замеров располагались через примерно равные расстояния (например, около 0 mm, 50 mm, 100 mm, 150 mm), но давали бы различные значения по нониусной шкале (например, 0,0 mm, 0,3 mm, 0,6 mm, 0,9 mm). Этот пример рассматривает точку калибровки 150 mm для измерений внешних размеров. Перед калибровкой проводятся проверки состояния штангенциркуля. Это включает зависимость результата измерений от расстояния измеряемого объекта от штанги (ошибка Аббе), качество измерительных поверхностей инструмента (плоскость, параллельность, прямоугольность), а также работы запирающего механизма.

S10.2 Ошибку показаний штангенциркуля E_X при опорной температуре t_0 = 20 °C находят из соотношения:

$$E_X = l_{iX} - l_S + L_S \cdot \bar{\alpha} \cdot \Delta t + \delta_{iX} + \delta l_M \qquad \text{(S10.1)}$$

где:

l_{iX} – показания штангенциркуля,

l_S – длина используемой концевой меры,

L_S – номинальное значение длины используемой концевой меры,

$\bar{\alpha}$ – средний коэффициент теплового расширения штангенциркуля и концевой меры,

Δt – разница в температуре между штангенциркулем и калибром,

δl_{iX} – поправка на конечное разрешение штангенциркуля,

δl_M – поправка, связанная с механическими эффектами, такими как измерительное усилие, ошибки Аббе, ошибки плоскости и параллельности измерительных поверхностей.

S10.3 Рабочие эталоны (l_S, L_S)

Длина образцовых концевых мер, используемых в качестве рабочих эталонов, сопровождаемая их расширенной неопределенностью измерений, дана в сертификате калибровки. Этот сертификат подтверждает, что концевые меры соответствуют требованиям к концевым мерам класса I в соответствии с ISO 3650, т.е. что центральная длина мер совпадает с номинальной в пределах ±0,8 µm. За действительную длину концевых мер принимается их номинальная длина без поправок, а допуски принимаются за верхний и нижний предел интервала разброса.

S10.4 Температура (Δt, $\bar{\alpha}$)

После приемлемого времени стабилизации температура штангенциркуля и концевых мер выравниваются в пределах ± 2 °C. Средний коэффициент теплового расширения равен $11{,}5 \cdot 10^{-6}$/°C. (Неопределенность среднего коэффициента теплового расширения и разницы между коэффициентами не принималась во внимание; для существующего случая их влиянием можно пренебречь. Сравни EAL-R2-S1, пример S4.)

S10.5 Разрешение штангенциркуля (δl_{ix})

Одно деление нониусной шкалы равно 0,05 mm. Таким образом, вариации из-за конечного разрешения оцениваются прямоугольными пределами в ± 25 µm.

S10.6 Механические эффекты (δl_M)

Эти эффекты включают в себя применяемое измерительное усилие, ошибку Аббе и зазор между линейкой и движущейся измерительной губкой. Дополнительные эффекты могут быть вызваны тем фактом, что измерительные поверхности не в точности плоские, не параллельны друг другу и не перпендикулярны к штанге. Чтобы уменьшить их вклад, рассматривается только диапазон общих вариаций, равный ± 50 µm.

S10.7 Корреляция

Принимается, что ни одна из входных величин не коррелированна с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S10.8 Измерения (l_{iX})

Измерения повторялись несколько раз, при этом не было зафиксировано какого-либо разброса в наблюдениях. Следовательно, неопределенность из-за ограниченного числа повторных наблюдений, не дает вклад в общую неопределенность. Результат измерений концевой меры в 150 mm составляет 150,10 mm.

S10.9 Бюджет неопределенности (δl_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
l_{iX}	150,10 mm	–	–	–	–
l_S	150,00 mm	0,46 µm	прямоугольное	-1,0	-0,46 µm
Δt	0	1,15 K	прямоугольное	1,7 µm ·K^{-1}	2,0 µm
δl_{iX}	0	15 µm	прямоугольное	1,0	15 µm
δl_M	0	29 µm	прямоугольное	1,0	29 µm
E_X	0,10 mm				33 µm

S10.10 Расширенная неопределенность

Погрешность измерений, связанная с результатом, имеет доминирующим вкладом комбинированный эффект измерительного усилия и конечного разрешения нониуса. Итоговое распределение не является нормальным, а практически трапециевидным с отношением β = 0,33 (отношение полуширины плато к полуширине интервала разброса). Поэтому метод эффективных степеней свободы, описанный в EAL-R2, Приложении E, неприменим. Коэффициент охвата k = 1,83, соответствующий трапециевидному распределению значений, вычисляется из уравнения (S10.10) математического примечания. Поэтому

$$U = k \cdot u(E_X) = 1{,}83 \cdot 0{,}033 \text{ mm} \cong 0{,}06 \text{ mm}$$

S10.11 Подтвержденный результат

При 150 mm ошибка показаний штангенциркуля составляет (0,10 ± 0,06) mm.

Указанная расширенная неопределенность получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 1,83 соответствующий для предполагаемого трапециидального распределения вероятностью охвата 95 %.

S10.12 Дополнительное замечание

Метод, использованный для оценки коэффициента охвата, напрямую соответствует тому факту, что в неопределенности измерения, связанной с результатом, доминируют два источника: механические эффекты и конечное разрешение шкалы нониуса. Поэтому необоснованно предполагать нормальное распределение выходной величины и применять условия EAL-R2, раздел 5.6. Учитывая, что на практике вероятность и плотность вероятности может определяться только с точностью от 3 % до 5 %, распределение, по существу будет трапецеидальным; оно получается через свертку

двух доминирующих вкладов, подчиненных прямоугольному распределения. Полуширина основания и вершины полученной симметричной трапеции составит 75 µm и 25 µm соответственно; в этом случае приблизительно 95 % площади трапеции будет содержаться в интервале ± 60 µm от ее оси симметрии, что соответствует коэффициенту охвата k = 1,83.

S10.13 Математическое примечание

Если ситуация при измерениях такова, что два из вкладов в неопределенность в бюджете могут быть идентифицированы как доминирующие, то можно применить метод, представленный в S9.14, когда два доминирующих вклада, например, с индексами 1 и 2, объединены в один доминирующий член. Стандартная неопределенность, соответствующая результату измерений y, в этом случае может быть записана как

$$u(y) = \sqrt{u_0^2(y) + u_R^2(y)} \qquad \text{(S10.2)}$$

где

$$u_0(y) = \sqrt{u_1^2(y) + u_2^2(y)} \qquad \text{(S10.3)}$$

обозначает объединенный вклад двух доминирующих членов и

$$u_R(y) = \sqrt{\sum_{i=3}^{N} u_i^2(y)} \qquad \text{(S10.4)}$$

полный вклад неопределенности остающихся недоминирующих членов. Если два доминирующих вклада имеют прямоугольное распределение значений с полуширинами a_1 и a_2, то результатом их свертки является симметричное трапециевидное распределение

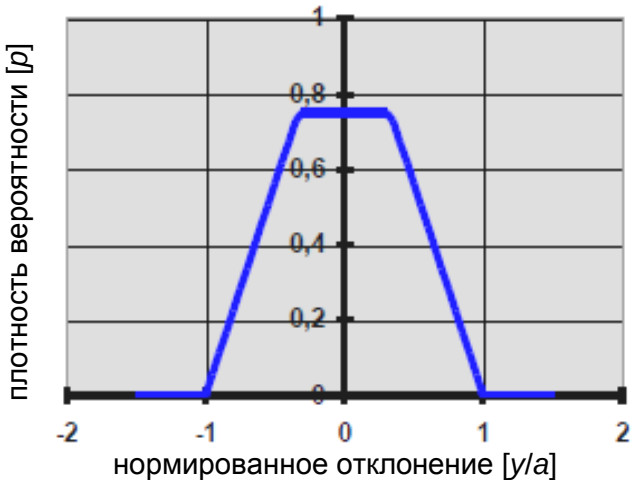


Рисунок 1. Унифицированное симметричное трапециевидное распределение вероятности со значением параметра точки перегиба β = 0,33, являющееся результатом свертки двух прямоугольных распределений.

с полуширинами

$$a = a_1 + a_2 \quad \text{и} \quad b = |a_1 - a_2| \qquad \text{(S10.5)}$$

основания и вершины соответственно (смотри пример на рисунке 1). Распределение может быть удобно выражено в объединенной форме

$$\varphi(y)=\frac{1}{a(1+\beta)}\times\begin{cases}\dfrac{1}{1-\beta}\left(1-\dfrac{|y|}{a}\right) & |y|<\beta\cdot a\\ 1 & \beta\cdot a\le|y|\le a\\ 2 & a<|y|\end{cases} \qquad \text{(S10.6)}$$

с точкой перегиба

$$\beta=\frac{b}{a}=\frac{|a_1-a_2|}{a_1+a_2} \qquad \text{(S10.7)}$$

Квадрат стандартной неопределенности измерения, определенный из трапецеидального распределения используя формулу (S10.6), (т.е. дисперсия) есть

$$u^2(y)=\frac{a^2}{6}(1+\beta^2) \qquad \text{(S10.8)}$$

.

Используя распределение уравнения (S10.6), получаем зависимость коэффициента охвата от вероятности охвата в соответствии с методом, описанным в S9.14

$$k(p)=\frac{1}{\sqrt{\dfrac{1+\beta^2}{6}}}\times\begin{cases}\dfrac{p(1+\beta)}{2} & \dfrac{p}{2-p}<\beta\\ 1-\sqrt{(1-p)(1-\beta^2)} & \beta\le\dfrac{p}{2-p}\end{cases} \qquad \text{(S10.9)}$$

Рисунок 2 показывает зависимость коэффициента охвата *k* от значения параметра точки перегиба *β* для вероятности охвата 95 %.

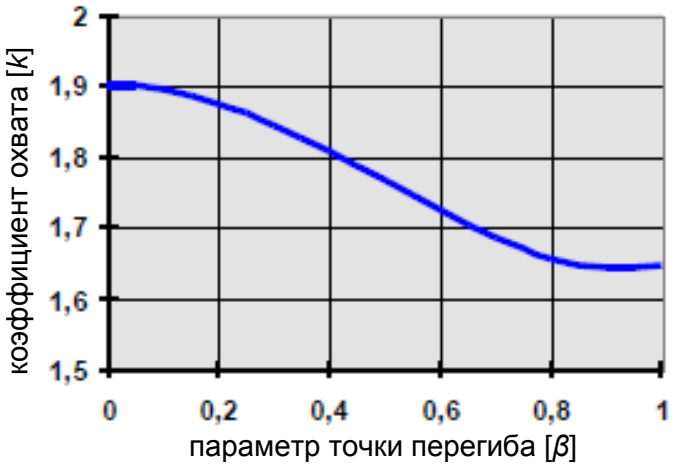


Рисунок 2. Зависимость коэффициента охвата *k* от значения параметра точки перегиба β трапециевидного распределения для вероятности охвата 95 %

Коэффициент охвата для вероятности охвата 95 %, соответствующий трапециевидному распределению с параметром точки перегиба $\beta < 0{,}95$ вычисляется из соотношения

$$k=\frac{1-\sqrt{(1-p)(1-\beta^2)}}{\sqrt{\dfrac{1+\beta^2}{6}}} \qquad \text{(S10.10)}$$

S11 *КАЛИБРОВКА СУХОБЛОЧНОГО КАЛИБРАТОРА ТЕМПЕРАТУР НА ТЕМПЕРАТУРУ 180 °C* [3]

S11.1 Частью процедуры калибровки является измерение температуры, которая должна установиться в калибровочном канале сухоблочного калибратора температур. Измерения проводятся после стабилизации показаний встроенного индикатора температуры на 180 °C. Температура калибровочного канала определяется помещаемым туда платиновым термометром сопротивления, используемым в качестве рабочего эталона. Электрическое сопротивление термометра измеряется измерительным мостом переменного тока. Температура t_X, которая принимается за температуру канала при показаниях встроенного температурного индикатора 180,0 °C, определяется по формуле:

$$t_X = t_S + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \qquad \text{(S11.1)}$$

где:

t_S – температура рабочего эталона, полученная путем измерений сопротивления переменному току,

δt_S – температурная поправка, возникающая из-за измерений сопротивления переменному току,

$\delta\, t_D$ – температурная поправка из-за дрейфа значения рабочего эталона после его последней калибровки,

δt_{iX} – температурная поправка, связанная с ограниченной возможности точной установки температуры калибратора,

δt_R – температурная поправка из-за радиальной разницы температур между встроенным термометром и рабочим эталоном,

δt_A – температурная поправка из-за осевой неоднородности температуры в измерительном канале,

δt_H – температурная поправка гистерезиса повышающей и понижающей ветви измерительного цикла,

δt_V – температурные изменения в течение времени измерения.

Температурные поправки из-за теплопроводности, не рассматриваются, так как платиновый термометр сопротивления, используемый в качестве рабочего эталона, имеет внешний диаметр $d \leq 6$ mm. Предварительные исследования показали, что эффектами теплопроводности в этом случае можно пренебречь.

S11.2 Рабочий эталон (t_S)

Сертификат калибровки термометра сопротивления, используемого в качестве рабочего эталона, дает связь между сопротивлением и температурой. Измеренное значение сопротивления соответствует температуре 180,1 °C, со связанной расширенной неопределенностью измерения $U = 30$ mK (коэффициент охвата $k = 2$).

---

[3] Подобный пример можно найти в руководящем документе EA EA-10/13, «Калибровка блочных температурных калибраторов». Он приведен здесь в упрощенной форме с целью подчеркнуть, каким образом устанавливается конкретное значение показаний прибора в процессе калибровки. Этот процесс является основным для калибровок в различных метрологических областях, и, таким образом, представляет общий интерес. Далее пример раскрывает два эквивалентных способа решения этой проблемы: прямым присваиванием значения показаниям прибора и учетом поправок к показаниям; последнее обычно называется ошибкой показаний.

S11.3 Определение температуры путем измерения сопротивления (δt_S)

Температура термометра сопротивления, используемого в качестве рабочего эталона, определена на уровне 180,1 °C. Связанная с измерением сопротивления стандартная неопределенность измерений, приведенная к температуре, соответствует $u(\delta t_S)$ = 10 mK.

S11.4 Изменение (дрейф) температуры рабочего эталона (δt_D)

Из общего опыта работы с платиновыми термометрами сопротивления этого типа, используемыми при измерениях в качестве рабочих эталонов, изменения в температуре из-за старения сопротивления после последней калибровки эталона оценивается в пределах ± 40 mK.

S11.5 Точность установки сухоблочного калибратора температуры (δt_{iX})

Встроенный контрольный термометр блочного калибратора температур имеет цену деления 0,1 K. Это дает пределы температурного разрешения в ± 50 mK, внутри которых можно однозначно установить термодинамическое состояние температурного блока.

Примечание: Если показания встроенного температурного индикатора даны не в единицах температуры, то пределы разрешения должны быть переведены в эквивалентные температурные величины умножением показаний на соответствующую инструментальную постоянную.

S11.6 Радиальная неоднородность температуры (δt_R)

Радиальная разница в температуре между измерительным каналом и встроенным термометром оценивается в пределах ±100 mK.

S11.7 Осевая неоднородность температуры (t_A)

Температурные отклонения, связанные с осевой неоднородностью температуры в калибровочном канале, были оценены из показаний для различной глубины погружения в пределах ± 250 mK.

S11.8 Эффекты гистерезиса (δt_H)

Учитывая показания образцового термометра во время измерительных циклов с повышением и понижением температуры, температурные отклонения калибровочного канала, связанные с эффектами гистерезиса, оцениваются в пределах ± 50 mK.

S11.9 Температурная нестабильность (δt_V)

Температурные колебания из-за нестабильности температуры во время измерительного цикла в 30 min оцениваются на уровне ± 30 mK.

S11.10 Корреляция

Принимается, что ни одна из входных величин не коррелированна с другой в сколько-нибудь значительной степени.

S11.11 Повторные наблюдения

Из-за конечного разрешения показаний встроенного термометра разброс показываемых значений не наблюдался и не учитывался.

S11.12 Бюджет неопределенности (t_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
t_S	180,1 °C	15 mK	нормальное	1,0	15 mK
δt_S	0,0 °C	10 mK	нормальное	1,0	10 mK
δt_D	0,0 °C	23 mK	прямоугольное	1,0	23 mK
δt_{iX}	0,0 °C	29 mK	прямоугольное	-1,0	-29 mK
δt_R	0,0 °C	58 mK	прямоугольное	1,0	58 mK
δt_A	0,0 °C	144 mK	прямоугольное	1,0	144 mK
δt_H	0,0 °C	29 mK	прямоугольное	1,0	29 mK
δt_V	0,0 °C	17 mK	прямоугольное	1,0	17 mK
t_X	180,1 °C				164 mK

S11.13 Расширенная неопределенность

В стандартной неопределенности результата явно доминируют составляющие от эффекта неизвестной температурной поправки из-за осевой температурной неоднородности в измерительном канале и радиальной разницы температур встроенного термометра и рабочего эталона. Результирующее распределение не является нормальным, а по существу трапецеидальным. Согласно S10.13 коэффициент охвата, соответствующий параметру точки перегиба β = 0,43, равен k = 1,81.

$$U = k \cdot u(t_X) = 1{,}81 \cdot 164 \text{ mK} \cong 0{,}3 \text{ K}$$

S11.14 Подтвержденный результат:

Температура калибровочного канала, при заданных показаниях встроенного контрольного термометра 180,0°C, составила (180,1 ± 0,3) °C.

Указанная расширенная погрешность измерений получена умножением стандартной неопределенности измерений на коэффициент охвата k = 1,81, для предполагаемого трапециевидного распределения соответствующий доверительной вероятности 95 %.

S11.15 Математическое примечание относительно модели

Некоторые метрологи смущены тем фактом, что показания контрольного термометра сами по себе не включены в модельную функцию уравнения (S11.1). Чтобы удовлетворить их нужды, проблема может быть сформулирована по-другому, с точки зрения ошибки индикации

$$E_X = t_X - t_i \qquad \text{(S11.2)}$$

Встроенного индикатора температуры

$$E_X = t_S - t_i + \delta t_S + \delta t_D - \delta t_{iX} + \delta t_R + \delta t_A + \delta t_H + \delta t_V \qquad \text{(S11.3)}$$

Индицируемое значение t_i является номинальным значением. Его назначение – сдвиг масштаба измеряемой величины. Это, однако, не вносит вклада в неопределенность измерений, связанную с ошибкой индикации

$$u(E_X) = u(t_X) \qquad \text{(S11.4)}$$

Функция модели по уравнению (S11.1) может быть получена из (S11.3), используя определение ошибки индикации из уравнения (S11.2).

Это примечание показывает, что существует не обязательно один-единственный способ выбора модели оценки измерения. Дело метролога – решить, какая модель больше подходит его привычкам и его подходу к проблеме. Функция модели, которая может быть математически преобразована из одной в другую, представляет один и тот же процесс измерений. Для случаев, где присутствует непрерывная шкала индикации, как при калибровке рассматриваемого температурного блока, функции модели, связанные линейными масштабными преобразованиями, могут служить эквивалентными выражениями проблемы измерений.

S12 *КАЛИБРОВКА БЫТОВОГО СЧЕТЧИКА ХОЛОДНОЙ ВОДЫ*

S12.1 Калибровка счетчика воды включает в себя определение относительного отклонения показаний в пределах установленного диапазона измерения объемного расхода счетчика. Измерения проводятся на испытательном стенде, который воспроизводит необходимый расход воды с давлением приблизительно 500 kPa, являющимся типичным значением для линий городского водоснабжения. Вода собирается в открытый мерный бак, который калиброван и воспроизводит заданный объем воды. На начало измерений бак пустой, однако увлажнен. Мерный бак имеет узкую горловину с расположенной на ней шкалой, по которой можно устанавливать уровень наполнения. Калибруемый счетчик устанавливается между стендом и баком и подключается к ним. Счетчик имеет механическое отсчетное устройство со стрелками. Измерение осуществляется с расходом 2500 l/h в постоянном режиме старт-стоп, означающем, что расход, как на начало, так и на конец измерения равен нулю. Значения показаний счетчика воды фиксируются в начале и в конце измерений. Фиксируется уровень наполнения мерного бака в конце измерения. Также фиксируются температура и давление воды в счетчике и температура воды в мерном баке.

S12.2 Относительная ошибка индикации e_X за один проход определяется как

$$e_X = \frac{\Delta V_{iX} + \delta V_{iX2} - \delta V_{iX1}}{V_X} - 1 \qquad \text{(S12.1)}$$

При этом

$$V_X = (V_{iS} + \delta V_{iS})[1 - \alpha_S(t_S - t_0)][1 + \alpha_W(t_X - t_S)][1 - k_W(p_X - p_S)] \qquad \text{(S12.2)}$$

где:

$\Delta V_{iX}=V_{iX2}-V_{iX1}$ – разница показаний счетчика,

V_{iX1}, V_{iX2} – показания счетчика в начале и в конце измерений,

δV_{iX1}, δV_{iX2} – поправки, связанные с конечным разрешением шкалы счетчика,

V_X – объем воды, прошедшей через счетчик за время измерения при принятых условиях на входе счетчика, т.е. давлении p_X и температуре t_X,

V_{iS} – объем согласно показаниям шкалы на горловине мерного бака в конце измерения,

δV_{iS} – поправка к отображаемому на шкале мерного бака объему из-за конечного разрешения шкалы,

α_S – коэффициент объемного теплового расширения материала мерного бака,

t_S – температура мерного бака,

t_0 – опорная температура, при которой был калиброван мерный бак,

α_W – коэффициент объемного расширения воды,

t_X – температура воды на входном отверстии счетчика,

κ_W – сжимаемость воды,

p_S – давление в мерном баке (равно нулю, если рассматривать избыточное давление),

p_X – давление на входном отверстии счетчика.

S12.3 Мерный бак (V_{is}, t_0)

Сертификатом калибровки установлено, что шкала на горловине мерного бака показывает объем 200 L при опорной температуре $t_0 = 20$ °C с расширенной относительной неопределенностью 0,1 % ($k = 2$). Расширенная неопределенность, связанная с этим значением, равна 0,2 L ($k = 2$).

S12.4 Разрешение шкалы мерного бака (δV_{is})

Уровень воды в мерном баке может быть определен с точностью до ± 1 mm. С учетом коэффициента шкалы бака 0,02 l/mm, максимальное отклонение объема воды в баке от наблюдаемых показаний оценивается в пределах ± 0,02 L.

S12.5 Температура воды и мерного бака (α_S, t_S)

Температура воды в мерном баке равна 15 °C в пределах ± 2 K. Указанные пределы включают все возможные источники неопределенности: калибровка температурных датчиков, разрешение при считывании показаний и температурные градиенты в баке. Коэффициент объемного теплового расширения материала бака (сталь) взят из справочника по материалам и равен константе $\alpha_S = 51 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$ в рассматриваемом температурном интервале. Так как в справочнике не указана неопределенность, принимаем это значение с точностью до последней значащей цифры. Принимается, что неизвестные отклонения лежат в округленных пределах $\pm\ 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$.

S12.6 Температура воды в счетчике (α_W, t_X)

Температура воды на входе счетчика равна 16 °C в пределах ± 2 K. Указанные пределы включают в себя все возможные источники неопределенности: вклады от калибровки датчиков, разрешение при снятии показаний и небольшие температурные колебания за время одного измерения. Коэффициент объемного расширения воды взят из справочника по материалам и принимается за константу, равную $\alpha_W = 0{,}15 \cdot 10^{-3}\ K^{-1}$ в рассматриваемом интервале температур. Так как в справочнике не указана неопределенность, принимаем это значение с точностью до последней значащей цифры. Принимается, что неизвестные отклонения лежат в округленных пределах $\pm\ 0{,}5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$.

S12.7 Разница в давлениях воды между счетчиком и мерным баком (k_W, p_S, p_X)

Избыточное давление воды, подаваемой на вход счетчика, равно 500 kPa с относительным отклонением не более ± 10 %. Проходя со входа счетчика до мерного бака, вода расширяется до нулевого избыточного давления 0 Pa (условия атмосферного давления). Сжимаемость воды взята из справочника по материалам и принимается равной константе $\kappa_W = 0{,}46 \cdot 10^{-6}\ kPa^{-1}$ в рассматриваемом интервале температур. Так как в справочнике не указана неопределенность, это значение принимается с точностью до последней значащей цифры. Принимается, что неизвестные отклонения лежат в округленных пределах $\pm\ 0{,}005 \cdot 10^{-6}\ kPa^{-1}$.

S12.8 Корреляция

Входные величины рассматриваются как некоррелированные.

S12.9 Бюджет неопределенности(V_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
V_{iS}	200,02 l	0,10 l	нормальное	1,0	0,10 l
δV_{iS}	0,0 l	0,0115 l	прямоугольное	1,0	0,0115 l
α_S	51·10-6 K^{-1}	$0{,}29\cdot10^{-6}$ K^{-1}	прямоугольное	-1000 l·K	$-0{,}29\cdot10^{-3}$ l
t_S	15 °C	1,15 K	прямоугольное	-0,0198 l·K^{-1}	-0,0228 l
α_W	$0{,}15\cdot10^{-3}$ K^{-1}	$2{,}9\cdot10^{-6}$ K^{-1}	прямоугольное	200 l·K	$0{,}58\cdot10^{-3}$ l
t_X	16 °C	1,15 K	прямоугольное	-0,0300 l·K^{-1}	-0,0346 l
κ_W	$0{,}46\cdot10^{-6}$ kPa^{-1}	$2{,}9\cdot10^{-6}$ kPa^{-1}	прямоугольное	-100 l·kPa	$-0{,}29\cdot10^{-3}$ l
p_X	500 kPa	29 kPa	прямоугольное	$-9{,}2\cdot10^{-6}$ l·kPa^{-1}	-0,0027 l
p_S	0,0 Pa	–	–	–	–
V_X	199,95 l				0,109 l

Стандартная неопределенность измерений, ассоциированная с результатом, имеет доминирующим членом считывание объема по шкале на горловине мерного бака. Итоговое распределение не является нормальным, а практически прямоугольным. Это должно приниматься во внимание при дальнейшей обработке данных.

S12.10 Показания счетчика (ΔV_{iX}, δV_{iX1}, δV_{iX2})

Калибруемый счетчик воды имеет разрешение по шкале 0,2 l, что приводит к пределам ± 0,1 l для максимальных отклонений, из-за конечного разрешения для обоих показаний.

S12.11 Бюджет неопределенности (e_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
ΔV_{iX}	200,0 l	-	номинал	-	-
δV_{iX1}	0,0 l	0,058 l	прямоугольное	$-5{,}0\cdot10^{-3}$	$-0{,}29\cdot10^{-3}$ l
δV_{iX2}	0,0 l	0,058 l	прямоугольное	$5{,}0\cdot10^{-3}$	$0{,}29\cdot10^{-3}$ l
V_X	199,95 l	0,109 l	прямоугольное	$-5{,}0\cdot10^{-3}$	$-0{,}55\cdot10^{-3}$ l
e_X	0,0003				$0{,}68\cdot10^{-3}$

S12.12 Повторяемость счетчика

Относительная ошибка показаний калибруемого счетчика воды, определенная при одном и том же расходе 2500 l/h, показывает значительный разброс. Из-за этого относительное отклонение показаний определялась три раза. Результаты этих трех проходов рассматриваются как независимые наблюдения e_{Xj} в модели, определяющей среднюю ошибку индикации $e_{X\,av}$:

$$e_{X\,av} = e_X + \delta e_X \qquad \text{(S12.3)}$$

где:

e_X - относительное отклонение показаний одного прохода,

δe_X - поправка на относительное отклонение показаний, полученная при разных проходах и связанная с недостаточной повторяемостью счетчика.

S12.13 Измерения (e_X)

номер наблюдения	наблюдаемое относительное отклонение показаний
1	0,000 3
2	0,000 5
3	0,002 2

среднее арифметическое: $\bar{e}_X = 0{,}001$

выборочное стандартное отклонение: $s(e_X j) = 0{,}001$

стандартная неопределенность: $u(\bar{e}_X) = s(\bar{e}_X) = \frac{0{,}001}{\sqrt{3}} = 0{,}000\ 60$

S12.14 Бюджет неопределенности ($e_{X\,av}$)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределенность $u(x_i)$	степени свободы v_{eff}	вероятностное распределение	коэффициент чувствительности c_i	вклад в неопределенность $u_i(y)$
e_X	0,01	$0{,}60\cdot10^{-3}$	2	нормальное	1,0	$0{,}60\cdot10^{-3}$
δe_X	0,0	$0{,}68\cdot10^{-3}$	∞	нормальное	1,0	$0{,}68\cdot10^{-3}$
$e_{X\,av}$	0,001		10			$0{,}91\cdot10^{-3}$

S12.15 Расширенная неопределенность

Из-за малого числа эффективных степеней свободы стандартной неопределенности, соответствующей средней относительной ошибке показаний, стандартный коэффициент охвата изменяется в соответствии с таблицей E1

$$U = k\cdot u(e_{Xav}) = 2{,}28\cdot0{,}91\cdot10^{-3} \cong 2\cdot10^{-3}$$

S12.16 Подтвержденный результат:

Средняя относительная ошибка индикации счетчика воды, определенная при скорости потока 2500 l/h, равна 0,001 ± 0,002.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата k = 2,28, соответствующий для t-распределения с числом эффективных степеней свободы v_{eff} = 10 вероятности охвата приблизительно 95 %.

S13 *КАЛИБРОВКА КОЛЬЦЕВОГО КАЛИБРА С НОМИНАЛЬНЫМ ДИАМЕТРОМ 90 mm*

S13.1 Стальной кольцевой калибр с номинальным внутренним диаметром D_X = 90 mm калибруется с применением процедуры, представленной в EAL-G29 *. Используются компаратор длин типа Аббе и стальное установочное кольцо, чей номинальный внутренний диаметр (D_S = 40 mm) значительно отличается от диаметра калибруемого кольца. В этом случае в роли рабочих эталонов выступает как компаратор длин, так и стальное установочное кольцо. Кольца с осторожностью последовательно закрепляются на стенде с четырьмя степенями свободы, имеющем все элементы для установки и выравнивания испытываемого образца. Кольца соприкасаются в нескольких диаметрально противоположных точках с кронштейнами С-образной формы, закрепленными соответственно на неподвижном и измерительном шпинделе. С-образные кронштейны снабжены сферическими контактными наконечниками. Измерительное усилие формируется растягивающей нагрузкой, обеспечивающей постоянную силу номиналом 1,5 N во всем диапазоне измерений. Измерительный шпиндель жестко соединен с измерительной головкой стальной масштабной линейки с разрешением 0,1 µm. Линейная шкала компаратора периодически поверяется на соответствие спецификациям производителя на максимально допустимую ошибку.

Для поддержания окружающих условий, указанных в процедуре калибровки, ведется наблюдение за окружающей температурой. Температура в рабочем объеме компаратора поддерживается на уровне 20 °C в пределах ± 0,5 K. Особое внимание уделяется тому, чтобы для колец и линейной шкалы (линейки) на протяжении времени калибровки поддерживалась указанная температура.

S13.2 Диаметр калибруемого кольца d_X при опорной температуре t_0 = 20 °C находят по формуле:

$$d_X = d_S + \Delta l + \delta l_i + \delta l_T + \delta l_P + \delta l_E + \delta l_A \qquad \text{(S13.1)}$$

где:

- d_S – диаметр образцового установочного кольца при опорной температуре,
- Δl – наблюдаемая разница в смещении измерительного шпинделя, когда контактные наконечники соприкасаются с внутренней поверхностью колец в двух диаметрально противоположных точках,
- δl_i – поправка на отклонение показаний компаратора,
- δl_T – поправка на температурные эффекты калибруемого кольца, образцового установочного кольца и линейной шкалы компаратора,
- δl_P – поправка на коаксиальное смещение измеряемых объектов по отношению к линии измерений,
- δl_E – поправка на упругую деформацию калибруемого кольца и образцового установочного кольца,
- δl_A – поправка на разницу ошибок Аббе компаратора при измерении диаметров калибруемого кольца и образцового установочного кольца.

S13.3 Рабочий эталон (d_S)

Внутренний диаметр установочного кольца, используемого в качестве рабочего эталона, а также связанная с ним расширенная неопределенность измерений даны в сертификате калибровки: 40,0007 mm ± 0,2 µm (коэффициент охвата k = 2).

***** EAL-G29:1997 (EA 10/06:2011) Extent Of Calibration For Cylindrical Diameter Standards (*Степень калибровки цилиндрических эталонов диаметра*) (примечание переводчика)

S13.4 Компаратор (δl_i)

Поправки на ошибки индикации линейной шкалы (линейки) были определены изготовителем и сохранены в электронной памяти. Любые оставшиеся отклонения лежат в пределах спецификаций производителя ± (0,3 µm + $1{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot l_i$), где l_i – отображаемая длина. Эти спецификации подтверждаются периодическими поверками. Для реальной разницы длин $D_X - D_S = 50$ mm неизвестные остаточные поправки оцениваются в пределах ± 0,375 µm.

S13.5 Температурная поправка (δl_T)

Во время измерений уделялось особое внимание обеспечению и поддержанию контролируемой температуры калибруемого кольца, установочного кольца и шкалы компаратора. Из предыдущих измерений и общего опыта работы с измерительными системами можно быть уверенным, что отклонения температур калибруемого кольца, установочного кольца и шкалы компаратора от окружающей температуры лежат в пределах ± 0,2 K. Однако, точность определения комнатной температуры в данном помещении оценивается в пределах ± 0,5 K. Поэтому знания об измерениях наилучшим образом описываются отклонениями комнатной температуры от опорной и температур калибруемого кольца, установочного кольца и шкалы компаратора (линейки) от окружающей температуры. Поправка δl_T, связанная с влияниями температуры определяется согласно модели:

$$\delta l_T = [D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)] \cdot \Delta t_A + D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S - D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_x - (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R \quad \text{(S13.2)}$$

где:

D_X, D_S – номинальный диаметр калибруемого кольца и образцового установочного кольца, соответственно,

α_X, α_S, α_R – коэффициент линейного теплового расширения калибруемого кольца, установочного кольца и шкалы компаратора (линейки),

$\Delta t_A = t_A - t_0$ – отклонения окружающей температуры от опорной $t_0 = 20$ °C,

δt_X, δt_S, δt_R – отклонения температур калибруемого кольца, установочного кольца и шкалы компаратора (линейки) от окружающей температуры.

Поскольку математические ожидания четырех температурных отклонений, входящих в формулу (S13.2), равны нулю, общепринятый способ линеаризации не включает эффекты неопределенности измерений, связанные со значениями трех коэффициентов линейного теплового расширения. Как представлено в разделе S4.13, необходимо использовать нелинейный способ определения стандартной неопределенности, связанной с четырьмя слагаемыми:

$$\begin{aligned} \delta l_{TA} &= [D_S \cdot (\alpha_S - \alpha_R) - D_X \cdot (\alpha_X - \alpha_R)] \cdot \Delta t_A \\ \delta l_{TS} &= D_S \cdot \alpha_S \cdot \delta t_S \\ \delta l_{TX} &= D_X \cdot \alpha_X \cdot \delta t_X \\ \delta l_{TR} &= (D_S - D_X) \cdot \alpha_R \cdot \delta t_R \end{aligned} \quad \text{(S13.3)}$$

На основании сертификата калибровки установочного кольца, данных производителя для калибруемого кольца и шкалы компаратора, коэффициенты линейного теплового расширения принимаются лежащими в интервале $(11{,}5 \pm 1{,}0)\ 10^{-6}\ K^{-1}$. Используя это значение и пределы температурных колебаний, указанные выше, стандартные неопределенности, связанные с этими четырьмя произведениями, равны соответственно: $u(\delta l_{TA}) = 0{,}012$ µm, $u(\delta l_{TS}) = 0{,}053$ µm, $u(\delta l_{TX}) = 0{,}12$ µm и $u(\delta l_{TR}) = 0{,}066$ µm. Стандартная неопределенность, связанная с комбинированными температурными поправками, вычисляется на основании этих значений с помощью следующего предварительного баланса неопределенности:

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределен-ность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствитель-ности c_i	вклад в неопределен-ность $u_i(y)$
δl_{TA}	0,0 µm	0,012 µm	–	1,0	0,012 µm
δl_{TS}	0,0 µm	0,053 µm	–	1,0	0,053 µm
δl_{TX}	0,0 µm	0,12 µm	–	1,0	0,12 µm
δl_{TR}	0,0 µm	0,066 µm	–	1,0	0,066 µm
δl_T	0,0 µm				0,15 µm

S13.6 Поправка на несоосность (δl_P)

Отклонение от соосности двух сферических щупов и измерительной линии принимается лежащим в пределах ± 20 µm. Используя уравнения, приведенные в математическом примечании (S13.13), поправка на возможную несоосность и соответствующая стандартная неопределенность представляется в виде:

$$\delta l_P = 2 \cdot \left(\frac{1}{D_X} - \frac{1}{D_S} \right) \cdot u^2(\delta c) \qquad \text{(S13.5)}$$

$$u^2(\delta l_P) = \frac{16}{5} \cdot \left(\frac{1}{D_X^2} + \frac{1}{D_S^2} \right) \cdot u^4(\delta c) \qquad \text{(S13.6)}$$

Здесь δc есть наименьшее расстояние измерительной линии от центра кольца. Полученные значения для поправки и соответствующей стандартной неопределенности составят $\delta l_P \cong -0{,}004$ µm. и $u(\delta l_P) \cong 0{,}0065$ µm.. Как можно увидеть из бюджета неопределенности (S13.10), эти значения на два порядка меньше чем остальные вклады в неопределенность, поэтому их влиянием можно пренебречь при данных условиях измерения.

S13.7 Поправка на упругую деформацию (δl_E)

Упругая деформация калибруемого кольца и образцового установочного кольца во время текущих измерений не определялась. Из предыдущего опыта, однако, эффекты от упругой деформации оцениваются в пределах ± 0,03 µm.

S13.8 Поправка на ошибку Аббе (δl_A)

Действительные значения ошибок Аббе компаратора во время текущих измерений не определялись. Из опыта и данных периодической поверки компаратора, однако, эффекты, связанные с ошибками Аббе оцениваются в пределах ± 0,02 µm.

S13.9 Измерения (Δl)

Следующие наблюдения были сделаны для внутренних диаметров неизвестного и установочного колец:

Номер	Объект	Наблюдение	Измеряемая величина
1	образцовое установочное кольцо	0 (во время этого шага дисплей компаратора обнуляется)	диаметр в номинальном направлении плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра
2	калибруемое кольцо	49,99935 mm	диаметр в номинальном направлении плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра
3	калибруемое кольцо	49,99911 mm	диаметр в плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра и повернутой вокруг оси по отношению к номинальному направлению +1 mm по окружности
4	калибруемое кольцо	49,99972 mm	диаметр в плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра и повернутой вокруг оси по отношению к номинальному направлению –1 mm по окружности
5	калибруемое кольцо	49,99954 mm	диаметр в номинальном направлении, сдвинутом на 1 mm вверх в плоскости, параллельной плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра
6	калибруемое кольцо	49,99996 mm	диаметр в номинальном направлении, сдвинутом на 1 mm вверх в плоскости, параллельной плоскости симметрии, перпендикулярной оси цилиндра

Наблюдения можно разделить на две группы: наблюдения диаметра установочного кольца (наблюдение № 1), использованное для установки нуля компаратора, и наблюдения диаметра калибруемого кольца (наблюдения с № 2 по № 6), которые дают разницу в диаметрах:

среднее арифметическое значение: $\overline{\Delta l}$ = 49,99954 mm

стандартное отклонение единичного наблюдения: $s(\Delta l)$ = 0,33 µm

стандартное отклонение среднего: $s(\overline{\Delta l}) = \dfrac{s(\Delta l)}{\sqrt{5}}$ = 0,15 µm

Стандартное отклонение единичного наблюдения $s(\Delta l)$ = 0,33 µm учитывает эффекты, возникающие из-за отклонений калибруемого кольца от его формы, а также эффекты повторяемости компаратора. Чтобы получить стандартную неопределенность измерений, соответствующую наблюдаемой средней разности диаметров, необходимо также учесть неопределенность, возникающую из-за обнуления показаний компаратора. Она находится из суммарной оценки стандартного отклонения $s_p(0)$ = 0,25 µm, полученной в предыдущих измерениях при тех же условиях. Результирующая стандартная неопределенность измерений, соответствующая наблюдаемой разнице в диаметрах, равна:

$$u(\Delta l) = \sqrt{s^2(\overline{\Delta l}) + s_p^2(0)} = 0{,}30 \text{ µm}$$

S13.10 Бюджет неопределенности (d_X)

величина X_i	оценка x_i	стандартная неопределен-ность $u(x_i)$	вероятностное распределение	коэффициент чувствитель-ности c_i	вклад в неопределен-ность $u_i(y)$
d_S	40,000 7 mm	0,10 µm	нормальное	1,0	0,10 µm
Δl	49,999 55 mm	0,30 µm	нормальное	1,0	0,30 µm
δl_i	0,0 mm	0,22 µm	прямоугольное	1,0	0,22 µm
δl_T	0,0 mm	0,15 µm	нормальное	1,0	0,15 µm
δl_P	0,000 004 mm	0,0065 µm	прямоугольное	1,0	0,0065 µm
δl_E	0,0 mm	0,018 µm	прямоугольное	1,0	0,018 µm
δl_A	0,0 mm	0,012 µm	прямоугольное	1,0	0,012 µm
d_X	90,000 25 mm				0,433 µm

S13.11 Расширенная неопределенность

$$U = k \cdot u(d_X) = 2 \cdot 0{,}433\ \mu m \cong 0{,}9\ \mu m$$

S13.12 Подтвержденный результат:

Диаметр кольцевого калибра равен (90,000 3 ± 0,000 9) mm.

Указанная расширенная неопределенность измерений получена из стандартной неопределенности измерений, умноженной на коэффициент охвата $k = 2$, который для нормального распределения соответствует вероятности охвата приблизительно 95 %.

S13.13 Математическое примечание по несоосности

Так как невозможно в точности установить кольца на измерительной оси компаратора, то величина, определенная из измерений, является хордой соответствующего кольца, близкой к его диаметру. Длина хорды d', наблюдаемая в ходе измерений, связана с диаметром кольца d следующим соотношением:

$$d' = d \cdot \cos(\delta\varphi) \cong d \cdot \left[1 - \frac{1}{2}(\delta\varphi)^2\right] \qquad \text{(S13.6)}$$

где $\delta\varphi$ – малый угол, дополняющий половину центрального угла хорды до π/2. С другой стороны, этот угол связан с малым расстоянием δc от хорды до центра кольца соотношением

$$\delta\varphi = \frac{1}{2} \cdot d \cdot \sin(\delta\varphi) \cong \frac{1}{2} \cdot d \cdot \delta\varphi \qquad \text{(S13.7)}$$

так что уравнение (S13.6) может быть переписано в виде

$$d' \cong d - 2\frac{(\delta c)^2}{D} \qquad \text{(S13.8)}$$

где диаметр кольца d в дроби был заменен его номинальным диаметром D так как числитель является малой величиной. Наилучшая оценка диаметра находится из математического ожидания предыдущего выражения, взятого в виде

$$d = d' + 2\frac{u^2(\delta c)}{D} \qquad \text{(S13.9)}$$

Здесь было принято во внимание, что малое расстояние δc имеет нулевое математическое ожидание. Также следует помнить, что смысл величин d, d' и δc в уравнениях (S13.8) и (S13.9) не идентичен; тогда как в уравнении (S13.8) эти символы представляют собой неточно известные величины или случайные переменные, то в уравнении (S13.9) они означают математические ожидания этих величин. Так как дисперсия случайной переменной равна математическому ожиданию квадрата ее отклонения от соответствующего математического ожидания, то квадрат стандартной неопределенности измерений, соответствующий диаметру кольца равен, в соответствии с уравнением (S13.8),

$$u^2(d) = u^2(d') + 4 \cdot (\alpha - 1)\frac{u^4(\delta c)}{D^2} \qquad \text{(S13.10)}$$

где

$$\alpha = \frac{m_4(\delta c)}{m_2^2(\delta c)} \qquad \text{(S13.11)}$$

является отношением центрального момента четвертого порядка к квадрату центрального момента второго порядка малой величины δc. Это отношение зависит от распределения, которое принимается для δc. Если δc имеет прямоугольное распределение, то это отношение принимает значение $\alpha = 9/5$, так что в этом случае стандартная неопределенность измерений, соответствующая диаметру, выражается как

$$u^2(d) = u^2(d') + \frac{16}{5} \cdot \frac{u^4(\delta c)}{D^2} \qquad \text{(S13.12)}$$